Geometry

Short Techniques & Formulas

অটোমেটিক স্ক্রলের মাধ্যমে ই-বুক পড়া / রিডের জন্যঃ

আপনার ই-বুক বা pdf রিডারের Menu Bar এর View অপশনটি তে ক্লিক করে Auto /Automatically Scroll অপশনটি সিলেক্ট করুন (অথবা সরাসরি যেতে ⇨ Ctrl + Shift + H)। এবার ↑ up Arrow বা ↓ down Arrow তে ক্লিক করে আপনার পড়ার সুবিধা অনুসারে স্ক্রল স্পীড ঠিক করে নিন।

জ্যামিতিতে ব্যবহৃত গুরুত্বপূর্ন প্রতীকঃ

↔	Straight line → সরলরেখা (কোন প্রান্তবিন্দু নেই)
→	Ray → রশ্মি (একটি মাত্র প্রান্তবিন্দু)
–	Line Segment → রেখাংশ (দুটি প্রান্তবিন্দু থাকে)
~	Similar to→ সদৃশ
≈	Almost Equal to→প্রায় সমান
≅	Is Equivalent to / Congruent → সর্বসম
∠	Angle → কোন
∟/⊾	Right Angle → সমকোন
∡	Measured Angle→ পরিমাপকৃত কোন
⊥	Perpendicular To → লম্ব
∥	Is Parallel to → সমান্তরাল
∴	Therefore / Hence → সুতরাং
∵	Since / Because → যেহেতু / কারন
△	Triangle → ত্রিভুজ
⊡	Rectangle/Square → আয়তক্ষেত্র বা বর্গক্ষেত্র
⊙	Circle→ বৃত্ত

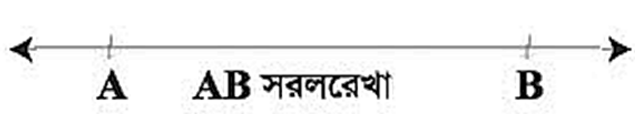
EDITED BY

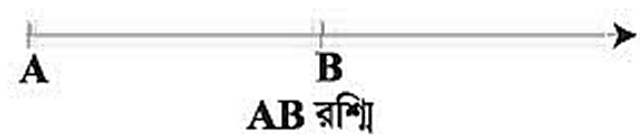
MAHBUB OR RASHID

জ্যামিতি (Geometry)

☆ Euclid's (ইউক্লিড): বিখ্যাত গ্রন্থ ' Elements' যা 13 খণ্ডে সমাপ্ত, খ্রিষ্টপূর্ব 300 অব্দে রচিত ।

রেখা ⇒ Line:





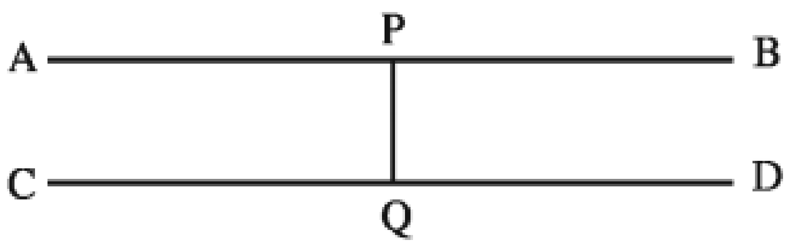
Straight line → সরলরেখাঃ যার কোন প্রান্তবিন্দু নেই

Ray → রশ্মিঃ যার একটি মাত্র প্রান্তবিন্দু

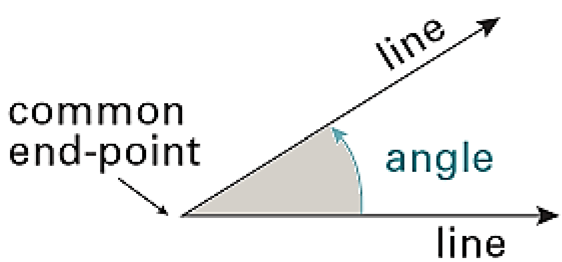
Line Segment → রেখাংশঃ যার দুটি প্রান্তবিন্দু থাকে

সমান্তরাল রেখা (Parallel lines):

এদের কোন সাধারন বিন্দু নেই বা এরা একে অপরকে ছেদ করতে পারে না।অর্থাৎ সমান্তরাল রেখা কখনও মিলিত হবে না।দুই বা ততোধিক সরলরেখা একটি সরলরেখার উপর লম্ব হলে , তারা পরস্পর সমান্তরাল।



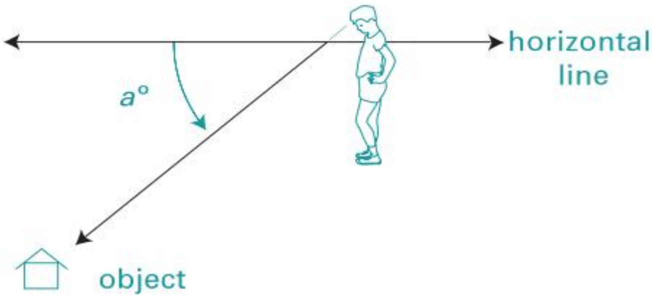
কোন(Angle)



angle of depression

(of an object)

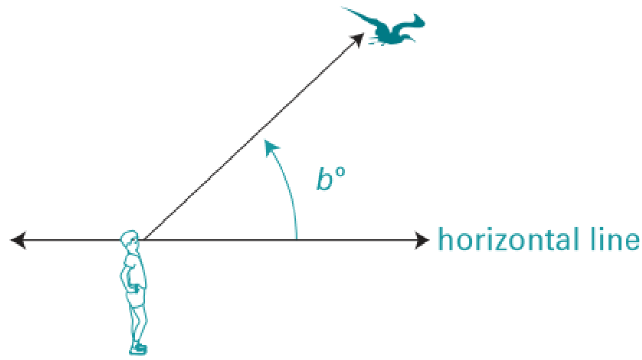
An angle formed between the horizontal line and the line of sight to an object below.



The angle of depression is $a°$.

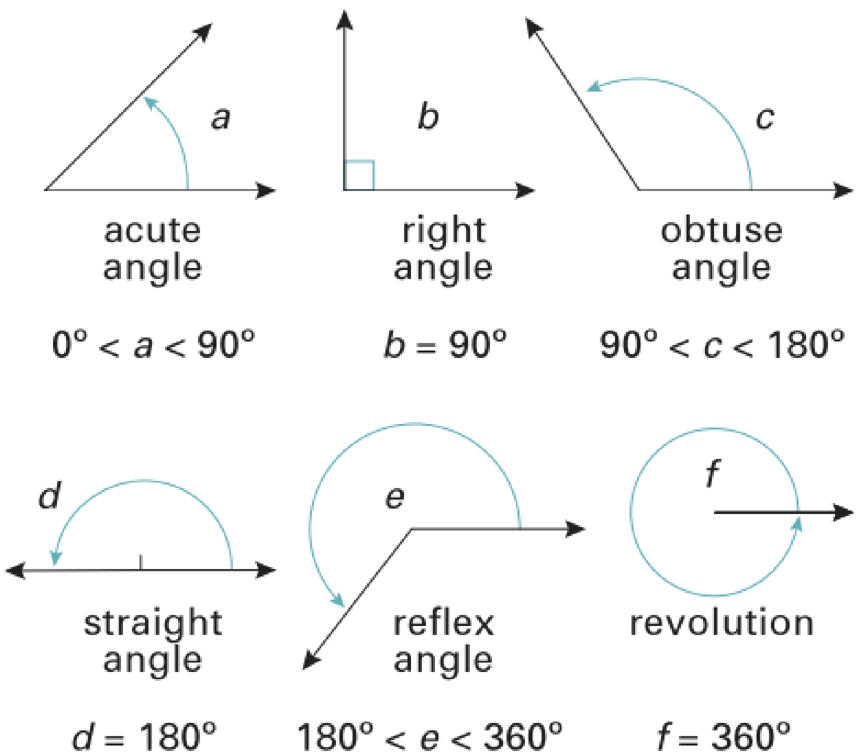
angle of elevation

An angle formed between the horizontal line and the line of sight to an object above.

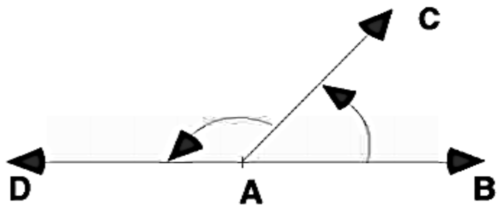


The angle of elevation is $b°$.

Angles are measured in degrees (°), minutes (') and seconds (").

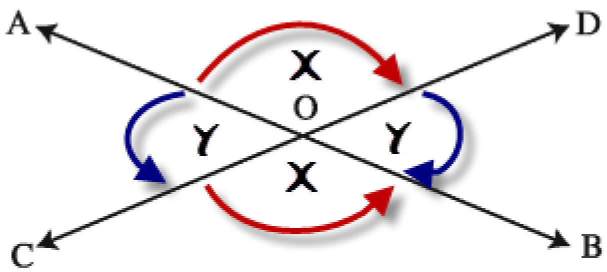


সন্নিহিত কোন (Adjacent Angles):



যদি কোন তলে দুইটি কোনের একই শীর্ষ বিন্দু হয় এবং কোনদ্বয় সাধারন বাহুর বিপরীত পাশে অবস্থান করে।

বিপ্রতীপ কোন (Vertically Opposite angles):

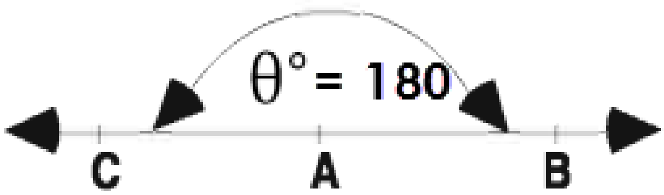


$\angle AOD =$ বিপ্রতীপ $\angle COD$

এবং $\angle AOC =$ বিপ্রতীপ $\angle BOD$

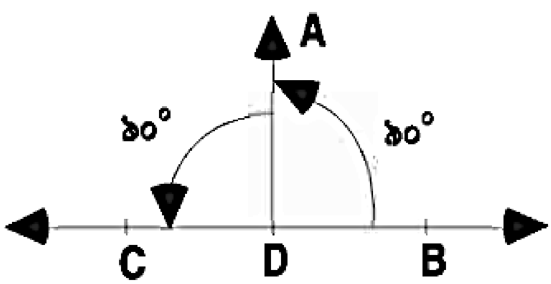
সরল কোন (Straight Angles):

$\angle\theta = 180°$



সমকোন (Right Angles) বা লম্ব (Perpendicular):

$\angle ADB = \angle ADC = \angle\theta = 90°$



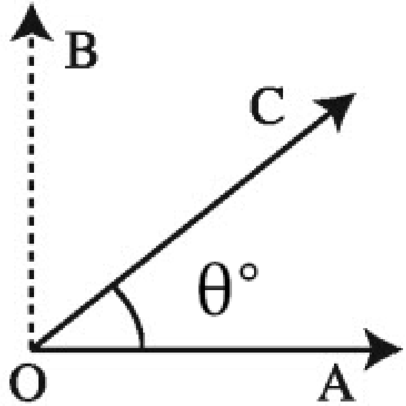
যদি একই রেখার উপর অবস্থিত দুইটি সন্নিহিত কোন পরস্পর সমান হয় , তবে কোন দুইটির প্রত্যেকটি সমকোণ।

অর্থাৎ সমকোণ হচ্ছে সরল কোনের অর্ধেক ।

সমকোণের বাহু দুইটি পরস্পরের উপর লম্ব। $\therefore \angle\theta = 90°$

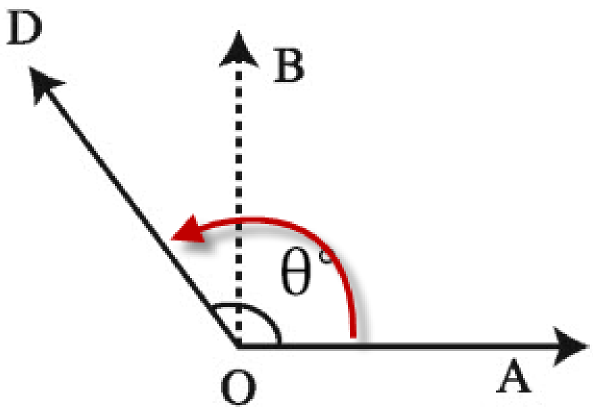
সূক্ষকোন (Acute Angles):

এক সমকোণ থেকে ছোট কোনকে ।$0^\circ < \angle AOC < 90^\circ$



স্থূলকোণ (Obtuse Angles):

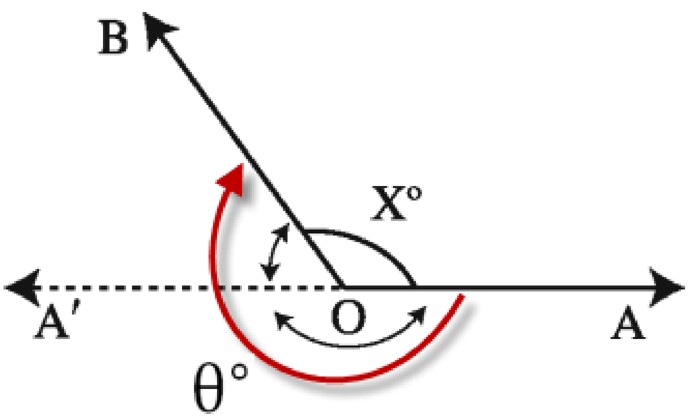
এক সমকোন থেকে বড় কিন্তু দুই সমকোন থেকে ছোট। $90^\circ < \angle AOD < 180^\circ$



প্রবিদ্ধকোন Reflex Angles :

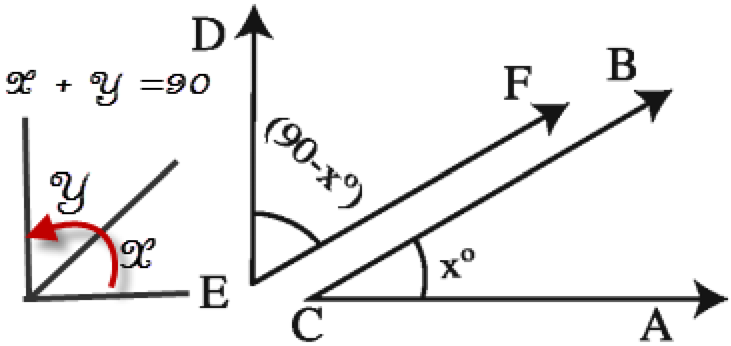
দুই সমকোন থেকে বড় কিন্তু চার সমকোণ থেকে ছোট।$180^\circ < \angle AOB < 360^\circ$

$\angle AOB = 360 - \angle X$



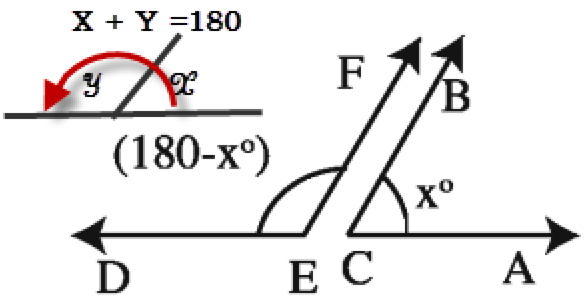
পূরক কোন ⇒ Complementary Angles :

দুইটি কোনের সমষ্টি এক সমকোণ বা 90 হলে , একটি অপরটির পূরক কোন।



সম্পূরক কোন ⇒ Supplementary Angles :

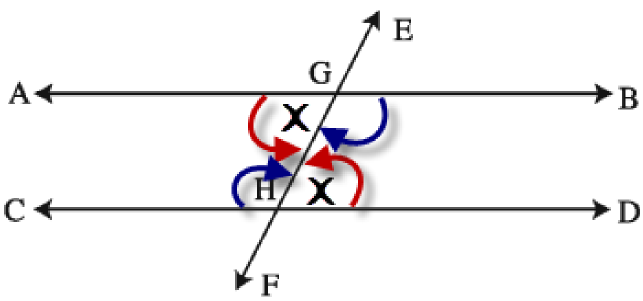
দুইটি কোনের সমষ্টি এক সরল কোন বা 180 হলে , একটি অপরটির সম্পূরক কোন।এখানে ∠DEF সম্পূরক কোন হল ∠ACB।



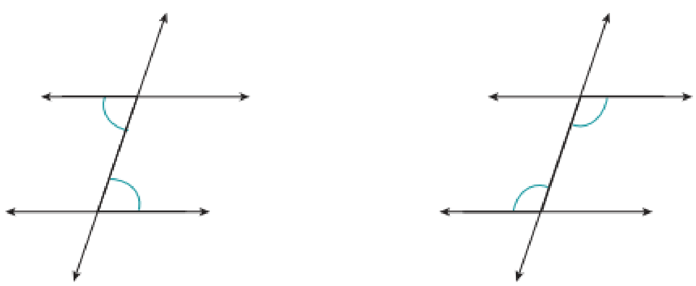
একান্তর কোন⇒ Alternate Angles :

AB || CD হলে EF ছেদক (Transversal) হলে , ∠ AGF = একান্তর ∠ DHE

এবং ∠DGF = একান্তর ∠CHE

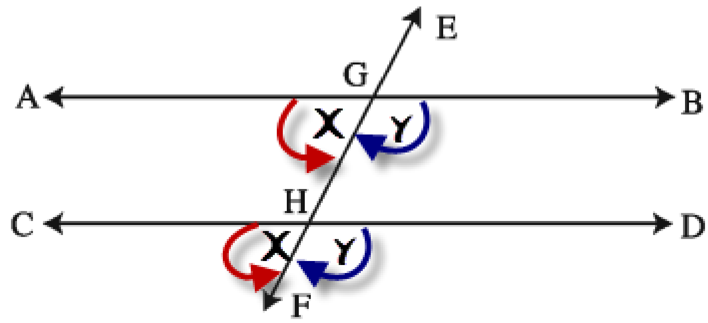


alternate angles
(make Z-shape). They are equal.

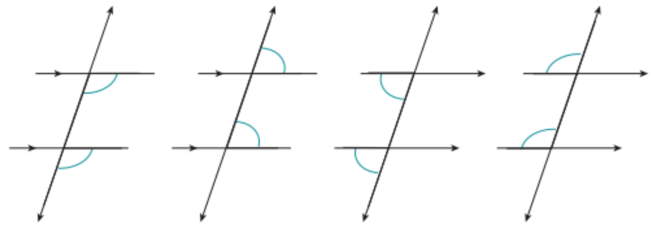


অনুরূপ কোন⇒ Corresponding Angles : AB || CD হলে EF ছেদক (Transversal) হলে ,

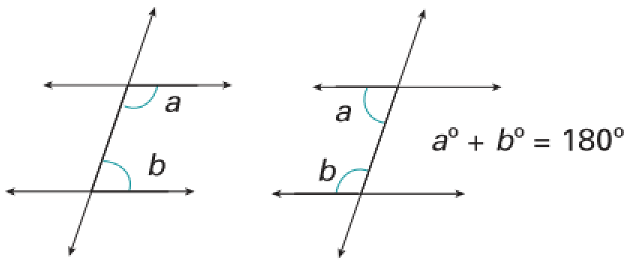
∠ AGF =অনুরূপ ∠ CHF এবং ∠DGF = একান্তর ∠DHF



1 corresponding angles
(make F-shape). They are equal.

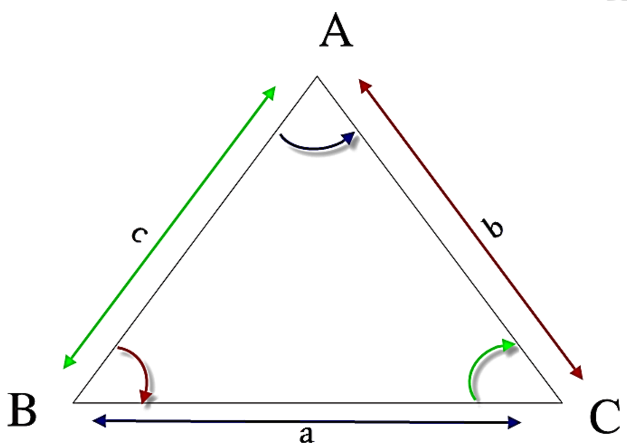


cointerior angles
(make U-shape). They add up to 180°.



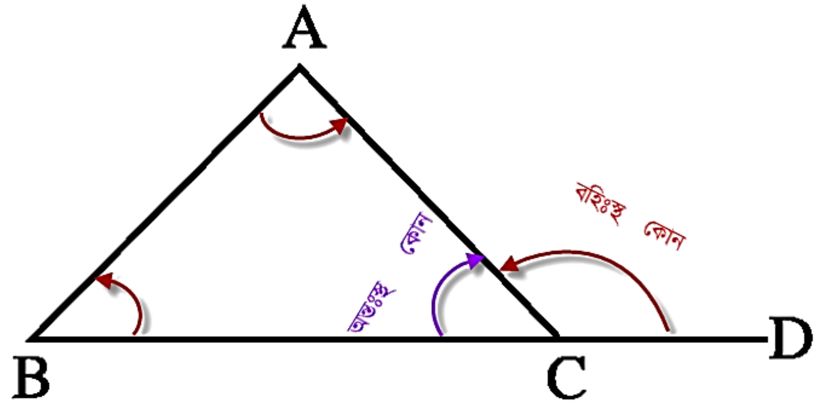
ত্রিভুজ (Triangle):

তিনটি রেখাংশ দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রের সীমারেখাকে ত্রিভুজ বলা হয়।



এখানে Δ ABC একটি ত্রিভুজ, এর ∠BAC =∠B , ∠ABC = ∠B , ∠ACB = ∠C কোন।

এবং AB= c , BC = a ও AC = b বাহু।



ত্রিভুজের একটি বাহুকে বর্ধিত করলে যে কোন উৎপন্ন হয় তাকে বহিঃস্থ কোন বলে ।

এখানে $\angle ACD$ = বহিঃস্থ কোন এবং $\angle ACB$ = অন্তঃস্থ কোন

ত্রিভুজের সর্বসমতাঃ

☆ দুইটি ত্রিভুজের সর্বসমতাঃ

∴ দুইটি ত্রিভুজ সর্বসম হবে যদি

⇒ একটির দুই বাহু যথাক্রমে অপরটির দুই বাহুর সমান হয় এবং বাহু দুইটির অন্তর্ভুক্ত কোণদ্বয় পরস্পর সমান হয়।

⇒ একটির তিন বাহু অপ্রটির তিন বাহু সমান হয়।

⇒ একটির দুই কোন ও একটি বাহু যথাক্রমে অপরটির দুই কোন ও অনুরূপ বাহুর সমান হয়।

⇒ তারা উভয়ই সমকোণী ত্রিভুজ হয় , তাদের অতিভুজদ্বয় সমান হয় ও একটি বাহু অপরটির অনুরূপ বাহুর সমান সমান হয়।

ত্রিভুজের ধর্মাবলী (Properties of Triangles):

☆ ত্রিভুজের ভূমির বিপরীত দিকের বিন্দুর নাম শীর্ষবিন্দু।

☆ ত্রিভুজের তিন কোনের সমষ্টি দুই সমকোণ বা 180।

☆ ত্রিভুজের তিনটি Vertex এ তিনটি বহিঃস্থ কোনের(Exterior angel) সমষ্টি 360^0। যা ত্রিভুজের অন্তস্থ কোন সমূহের সমষ্টির দ্বিগুন।

☆ ত্রিভুজের বৃহত্তম বাহুর বিপরীত কোন বৃহত্তম। বা বৃহত্তম কোনের বিপরীত বাহুও বৃহত্তম।

☆ ত্রিভুজের একটি কোন অপর একটি কোন অপেক্ষা বৃহত্তর হলে , বৃহত্তর কোনের বিপরীত বাহু ক্ষুদ্রতর কোনের বিপরীত বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর হবে।

☆ত্রিভুজের দুইটি বাহু সমান হলে তাদের বিপরীত কোণদ্বয় সমান এবং দুইটি কোন সমান হলে তাদের বিপরীত বাহুদ্বয় সমান।

☆ ত্রিভুজের যে কোন দুই বাহুর সমষ্টি ত্রিভুজের তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর।

☆ ত্রিভুজের যে কোন দুই বাহুর অন্তর ত্রিভুজের তৃতীয় বাহু অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর।

☆ কোন সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ (সমকোণের বিপরীত বাহু) অন্য যে কোন বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর ।

☆ ত্রিভুজের যেকোন বাহুকে বর্ধিত করলে উৎপন্ন বহিঃস্থ কোন , ত্রিভুজের অন্তঃস্থ কোনের বিপরীত কোণদ্বয়ের সমষ্টির সমান।

☆ ত্রিভুজের প্রত্যেক বাহুকে উভয় দিকে বর্ধিত করলে যে ছয়টি বহিঃস্থ কোন উৎপন্ন হয় , তাদের সমষ্টির আট সমকোন।

☆ত্রিভুজের দুই বাহুর মধ্যবিন্দুর সংযোগ রেখাংশ ত্রিভুজের তৃতীয় বাহুর সমান্তরাল ও দৈর্ঘ্য তার অর্ধেক|

☆ কোন ত্রিভুজের শীর্ষ বিন্দু থেকে ভূমির মধ্যবিন্দুর সংযোজক সরল রেখাকে মধ্যমা বলে।তিভুজের তিনটি মধ্যমা হয় । এগুলো সমবিন্দু । এই মধ্যমাত্রয় পরস্পরকে 2:1 এ বিভক্ত করে।

☆ ত্রিভুজের মধ্যমা তিনটির সমষ্টি তার পরিসীমা(তিন বাহুর সমষ্টি) অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর।

☆ ত্রিভুজের যে কোন মধ্যমা ত্রিভূজকে সমান দুটি ক্ষেত্রে বিভক্ত করে ।

সদৃশ ত্রিভুজ সংক্রন্তঃ

☆ দুইটি ত্রিভুজ সদৃশ হলে তাদের অনুরূপ বাহুগুলোর অনুপাত সমান এবং বিপ্রিতক্রমে দুইটি ত্রিভুজের বাহুগুলো সমানুপাতিক হলে ত্রিভুজদ্বয় সদৃশকোনী এবং অনুরূপ বাহুর বিপরীত কোনগুলো পরস্পর সমান|

☆ দুইটি ত্রিভুজের একটি কোন অপরটির এক কোনের সমান ও সমান সমান কোন সংলগ্ন বাহুগুলো সমানুপাতিক হলে ত্রিভুজদ্বয় সদৃশ হবে|

☆ দুইটি সদৃশ ত্রিভুজ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলদ্বয়ের তাদের যেকোন দুই অনুরূপ বাহুর বর্গের অনুপাতের সমান|

জ্যমিতিক ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল সংক্রান্তঃ

☆ একই ভূমির উপর এবং একই সমান্তরাল রেখাদ্বয়ের মধ্যে অবস্থিত সকল ত্রিভুজ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল সমান|

☆ একটি ত্রিভুজ ও একটি সামান্তরিক বা আয়ত একই ভুমির উপর এবং একই সমান্তরাল রেখাদ্বয়ের মধ্যে অবস্থিত হলে ত্রিভুজ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল সামান্তরিক ক্ষেত্র বা অয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের অর্ধেক|

☆ কোন সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল অপ্র বাহুদ্বয়ের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রদ্বয়ের ক্ষেত্রফলের সমষ্টির সমান|

ত্রিভুজের কেন্দ্র(Center of Triangles)

অন্তঃকেন্দ্র (In-Centre): ত্রিভুজের কোনত্রয়ের সমদ্বিখণ্ডক গুলোর সমবিন্দু।(যা ত্রিভুজের অন্তর্লিখিত বৃত্তের কেন্দ্র)

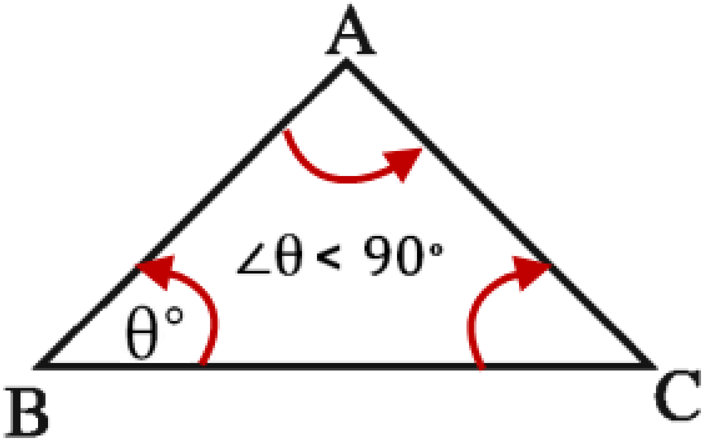
পরিকেন্দ্র(Circumcentre): ত্রিভুজের বাহুত্রয়ের লম্বসমদ্বিখন্ডকত্রয় সমবিন্দু। (যা ত্রিভুজের পরিলিখিত বৃত্তের কেন্দ্র)

ভরকেন্দ্র(Centroid): ত্রিভুজের কোন একটি শীর্ষবিন্দু এবং তার বিপরীত বাহুর মধ্যবিন্দুর সংযোজক সরলরেখাকে মধ্যমা বলে। ত্রিভুজের মধ্যমাত্রয় সমবিন্দু। অর্থাৎ ভরকেন্দ্র হল কোন ত্রিভুজের তিনবাহুর সমদ্বিখণ্ডক গুলোর ছেদবিন্দু।

লম্ববিন্দু(Orthocentre) : ত্রিভুজের শীর্ষত্রয় হতে বিপরীত বাহুর উপর অঙ্কিত লম্বত্রয় সমবিন্দু।

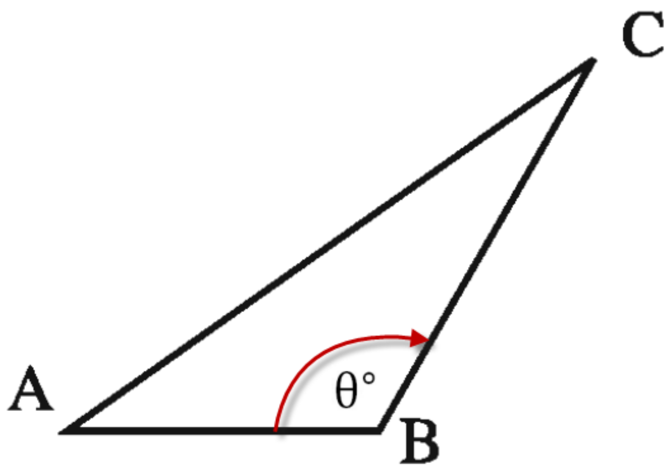
Types of Trinagle According to Angles:

সূক্ষকোনী ত্রিভুজ ⇒ Acute Angled Triangle :



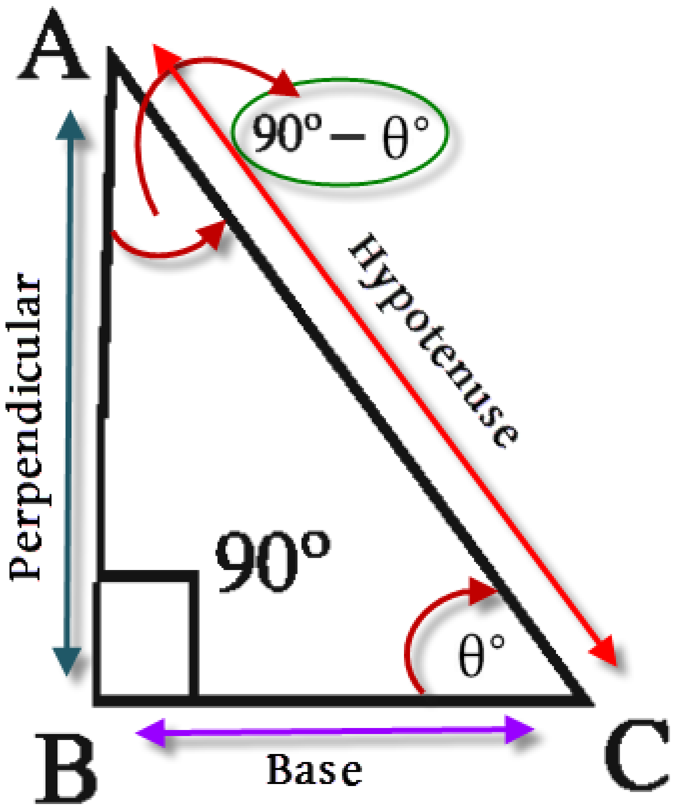
ΔABC এ $\angle A$, $\angle B$ ও $\angle c < 90^{\circ}$

স্থুলকোণী ত্রিভুজ ⇒ Obtuse Angled Triangle :



ΔABC এ $\angle A$ ও $\angle C < 90^{\circ}$ এবং $\angle B =$ স্থূলকোণ$(90^{0} < \theta < 180^{0})$

সমকোণী ত্রিভুজ ⇒ Right Angled Triangle :



ΔABC এ $\angle B =$ এক সমকোন $= 90^0$

এবং $\angle A + \angle C = 90^0$

$\therefore \angle A = \theta$ হলে $\angle C = 90^0 - \theta$

☆ কোন ত্রিভুজের একটি কোন যদি অপর দুইটি কোনের সমান হয় , তবে ত্রিভুজটি সমকোনী।

☆ সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণ ভিন্ন অন্য দুইটি কোন হবে সূক্ষকোন।

☆ সমকোণী ত্রিভুজের সূক্ষকোণ দুটি পরস্পরের পূরক কোন।

☆ কোন ত্রিভুজের যে কোন একটি কোন সমকোণ বা 90^0 হলে ।

$\therefore$ (অতিভুজ)^2 = (ভূমি)^2 + (লম্ব)^2

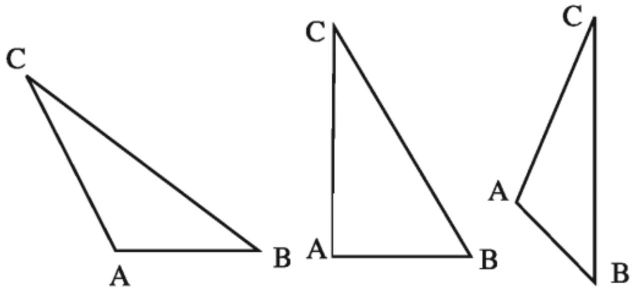
$\Rightarrow (AC)^2 = (BC)^2 + (AB)^2$

☆ যে কোন সমকোণী ত্রিভুজের বাহুগুলোর অনুপাত 3:4:5 , 5:12:13 , 8:15:17 , 7:24:25 ,বা এদের যে কোন Multiple বা গুনক হতে পারে।

[$\because (AC)^2 = (BC)^2 + (AB)^2$, $\Rightarrow 5^2 = 4^2 + 3^2$, $\Rightarrow 25 = 25$ এই সূত্রে উভয় পাশের বসানো মান সমান হলে , সেই অনুপাত গুলো সমকোণী ত্রিভুজের বাহুর অনুপাত হবে ।]

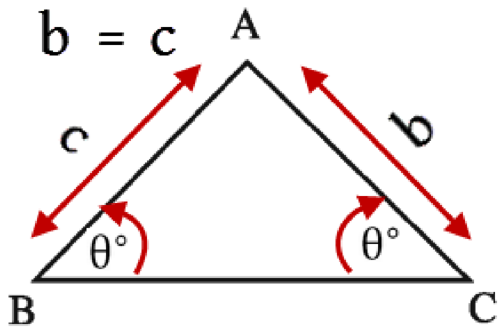
Types of Trinagle According to Sides:

বিষমবাহু ত্রিভুজ ⇒Sclence Triangle :



ΔABC এ AB ≠ BC ≠ CA

সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ ⇒Isosceles Triangle :

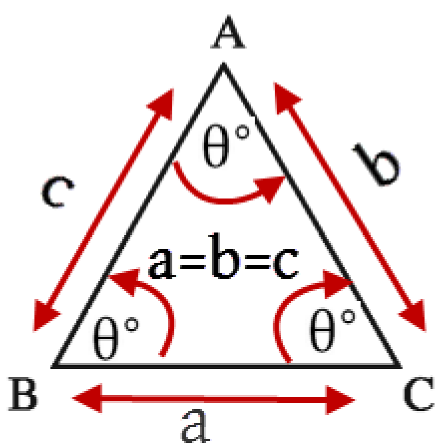


ΔABC এ AB = AC≠ BC বা b = c এবং ∠B = ∠C

☆ কোন ত্রিভুজের ভূমির প্রান্তবিন্দুদ্বয় থেকে বিপরীত বাহুর উপর অঙ্কিত মধ্যমাদ্বয় বা লম্বদ্বয় যদি সমান হয় , তবে ত্রিভুজটি সমদ্বিবাহু।

☆ কোন ত্রিভুজের শিরঃকোনের সমদ্বিখণ্ডক যদি ভূমির উপর লম্ব হয় , তবে ত্রিভুজটি সমদ্বিবাহু।

সমবাহু ত্রিভুজ ⇒Equilateral Triangle :



ΔABC এ AB = BC = AC বা a= b = c এবং ∠A = ∠B = ∠C =60^0

☆ত্রিভুজের মধ্যমাত্রয় বা লম্বত্রয় যদি সমান হয় , তবে ত্রিভুজটি সমবাহু।

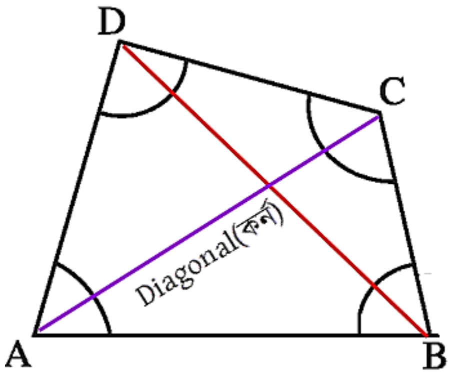
☆ সমবাহু ত্রিভুজের মধ্যমাগুলো বাহুর মধ্যবিন্দুতে উক্ত বাহুর উপর লম্ব।

☆ সমবাহু ত্রিভুজের বাহুগুলোর মধ্যবিন্দু যোগ করলে যে ত্রিভুজটি পাওয়া যায় ,তাও সমবাহু।

☆ সমবাহু ত্রিভুজের বাহুগুলোর মধ্যবিন্দু যোগফলের (মধ্যমা ত্রয়) ছেদ বিন্দু ও কোনের সমদ্বিখণ্ডক ত্রয়ের যোগফলের ছেদ বিন্দু সবসময় একই হবে ।

চতুর্ভুজ (Quardrilateral)

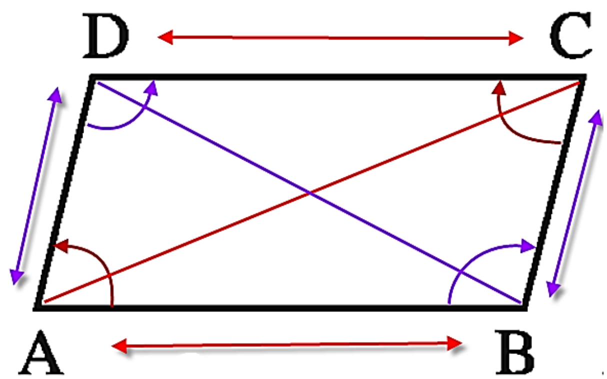
চারটি সরলরেখা বা বাহু দ্বারা সীমাবদ্ধ ক্ষেত্রকে চতুর্ভুজ বলে।



☆ চতুর্ভুজ চার অন্তঃস্থ কোনের সমষ্টি 4 সমকোণ বা 360^0 । $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360^0$

☆ চতুর্ভুজের কর্নদ্বয়ের সমষ্টি তার পরিসীমা অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর।

সামান্তরিক (Parallelogram):



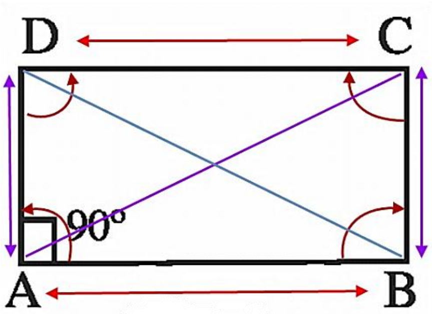
☆সামান্তরিকের বিপরীত বাহুদ্বয় পরস্পর সমান ও সমান্তরাল ।

☆ সামান্তরিকের বিপরীত কোনগুলো পরস্পর সমান।

☆ সামান্তরিকের যে কোন দুইটি ক্রমিক বা সন্নিহিত কোন পরস্পরের সম্পূরক ।

☆ সামান্তরিকের কর্নদ্বয় অসমান । এরা পরস্পরকে সমদ্বিখন্ডিত করে।

অয়তক্ষেত্র (Rectangle):

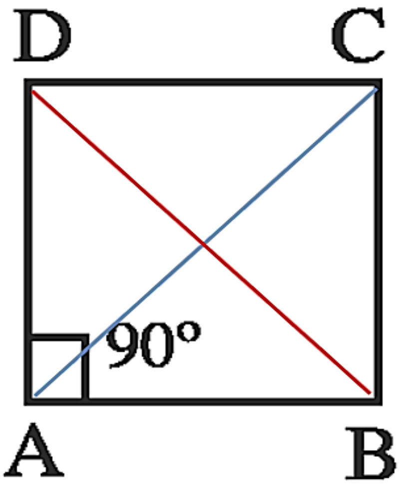


☆ অয়তক্ষেত্রের বিপরীত বাহুদ্বয় পরস্পর সমান ও সমান্তরাল ।

☆ অয়তক্ষেত্রের কোনগুলো পরস্পর সমান।এবং প্রত্যেকটি কোন সমকোণ ।

☆ অয়তক্ষেত্রের কর্নদ্বয় সমান । এরা পরস্পরকে সমদ্বিখন্ডিত করে।

বর্গ (Square):

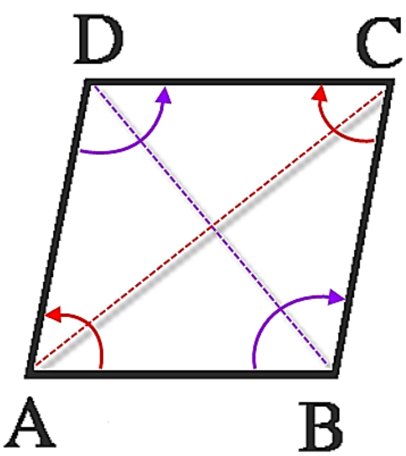


☆ বর্গক্ষেত্রের প্রত্যেক বা সকল বাহু পরস্পর সমান ও সমান্তরাল ।

☆ বর্গক্ষেত্রের কোনগুলো পরস্পর সমান।এবং প্রত্যেকটি কোন সমকোণ ।

☆ বর্গক্ষেত্রের কর্নদ্বয় সমান । এরা পরস্পরকে সমদ্বিখন্ডিত করে।

রম্বস(Rhombus)

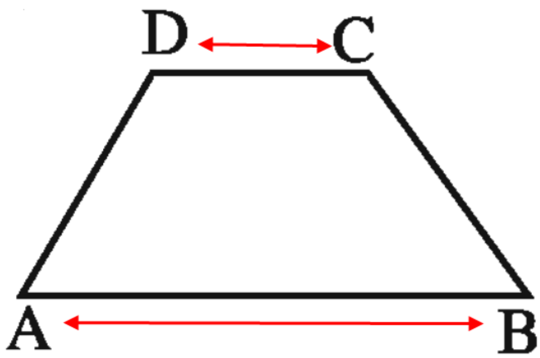


☆ রম্বসের প্রত্যেক বা সকল বাহু পরস্পর সমান ও সমান্তরাল ।

☆ রম্বসের বিপরীত কোনগুলো পরস্পর সমান।কিন্তু একটি কোনও সমকোণ নয়।

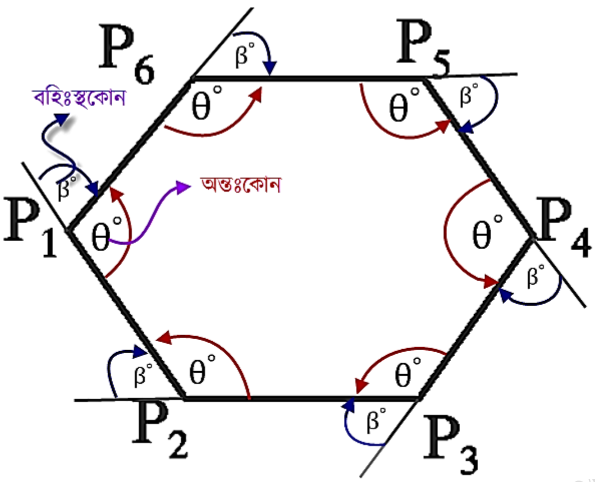
☆ রম্বসের কর্নদ্বয় অসমান । এরা পরস্পরকে সমদ্বিখন্ডিত করে।

ট্রাপিজিয়াম (Trapezium):



☆ ট্রাপিজিয়ামের কেবলমাত্র দুইটি বাহু সমান্তরাল , কিন্তু সমান্তরাল বাহুদ্বয় সমান নয় ।

বহুভুজ (Polygon):



সুষম বহুভুজের বাহুর সংখ্যা n হলে

☆সুষম বহুভুজের অন্তঃ কোনগুলোর (Interior Angles) সমষ্টি $n\theta = (2n-4)\times 90^0 = (n-2)\times 180^0$

☆ সুষম বহুভুজের প্রত্যেকটি অন্তঃ কোনের পরিমাণ $\theta = \left(\frac{n-2}{n}\times 180\right)^0$

☆ সুষম বহুভুজের বহিঃস্থ কোন গুলোর সমষ্টি, $n\theta = 360^0$

☆ সুষম বহুভুজের প্রত্যেকটি বহিঃস্থ কোনের পরিমাণ $= \left(\frac{360}{n}\right)^0$

Area of Hexagon

$A = 2.6\ S^2$ [where s is the length of one side]

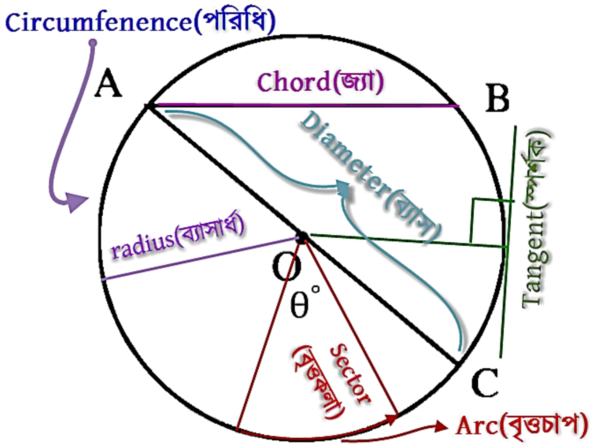
Area of Octagon

$A = 4.83S^2$ [where s is the length of one side]

বৃত্ত (Circle):

কোন সমতলে একটি বিন্দুকে কেন্দ্র করে সমান দুরত্ব বজায় রেখে অপর একটি বিন্দু তার চারদিকে একবার ঘুরে এলে যে অবদ্ধ গোলীয় রেখা সৃষ্টি হয় তাকে বৃত্ত বলে ।

অর্থাৎ কোন নির্দিষ্ট বিন্দু থেকে সমদুরত্বে আবর্তিত গোলাকার অবদ্ধ সমতলীয় ক্ষেত্রকে বৃত্ত বলে।



☆ একই সরল রেখায় অবস্থিত নয় এমন তিনটি বিন্দুর মধ্যে দিয়ে কেবল একটি বৃত্ত আঁকা যাবে।

☆ একই সরলরেখায় অবস্থিত এমন তিনটি বিন্দুর মধ্য দিয়ে কোন বৃত্ত আঁকা যাবে না।

☆ দুইটি নির্দিষ্ট বিন্দু দিয়ে তিনটি বৃত্ত আঁকা যায়।

জ্যা ⇒Chord:

☆ বৃত্তের পরিধিস্থ যে কোন দুই বিন্দুর সংযোজক সরলরেখাকে জ্যা বলে।

☆ বৃত্তের কেন্দ্র ছেদকারী বা বৃত্তে কেন্দ্র দিয়ে অতিক্রম করে বা গমন করে এরূপ জ্যা বা রেখাকে ব্যাস বলে।বৃত্তের ব্যাসই বৃহত্তম জ্যা।

☆ বৃত্তের দুটি জ্যা পরস্পরকে সমদ্বিখন্ডিত করলে ছেদবিন্দুটি হবে বৃত্তের কেন্দ্র।

☆ কোন বৃত্তের তিনটি সমান সমান জ্যা একই বিন্দুতে ছেদ করলে ঐ বিন্দুটি বৃত্তের কেন্দ্রে অবস্থিত হবে।

☆ কোন বৃত্তের দুইটি সমান সমান জ্যা একটি বিন্দুতে ছেদ করলে ঐ বিন্দুটি প্রত্যেক জ্যা কে দুটি অংশে বিভক্ত করে , এই জ্যা দুটির বৃহত্তম খন্ডিতাংশ পরস্পর সমান হবে । একইভাবে ক্ষুদ্রতম খন্ডিতংশ ও সমান হবে।

☆ বৃত্তের যে কোন জ্যা এর লম্বদ্বিখন্ডক কেন্দ্রগামী।

☆ বৃত্তের ব্যাস ভিন্ন কোন জ্যা এর মধ্যবিন্দু ও কেন্দ্রের সংযোজক রেখাংশ ঐ জ্যা এর উপর লম্ব।

☆ বৃত্তের কেন্দ্র হতে কোন জ্যা এর উপর অঙ্কিত লম্ব ঐ জ্যাকে সমদ্বিখন্ডিত করে।

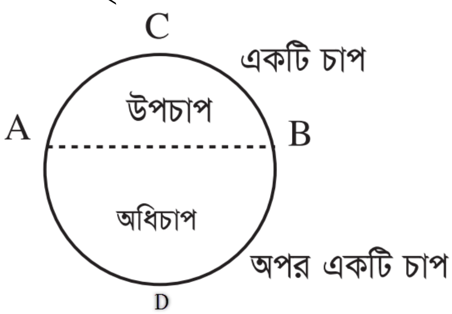
☆ বৃত্তের কেন্দ্র থেকে সমদূরবর্তী সকল জ্যা পরস্পর সমান।

☆ বৃত্তের সমান সমান জ্যা কেন্দ্র থেকে সমদূরবর্তী ।

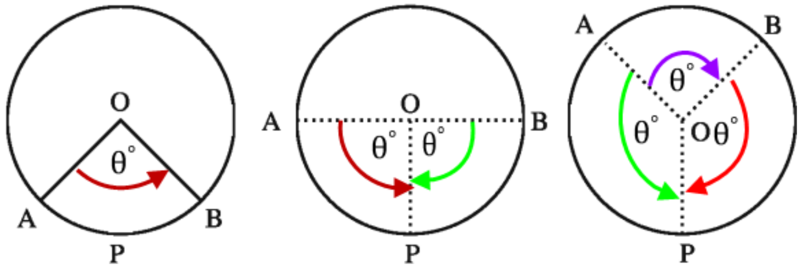
☆ বৃত্তের দুটি জ্যা এর মধ্যে কেন্দ্রের নিকটতর জ্যা-টি অপর জ্যা অপেক্ষা বৃহত্তর।

চাপ , কেন্দ্রস্থ ও পরিধিস্থ কোনঃ

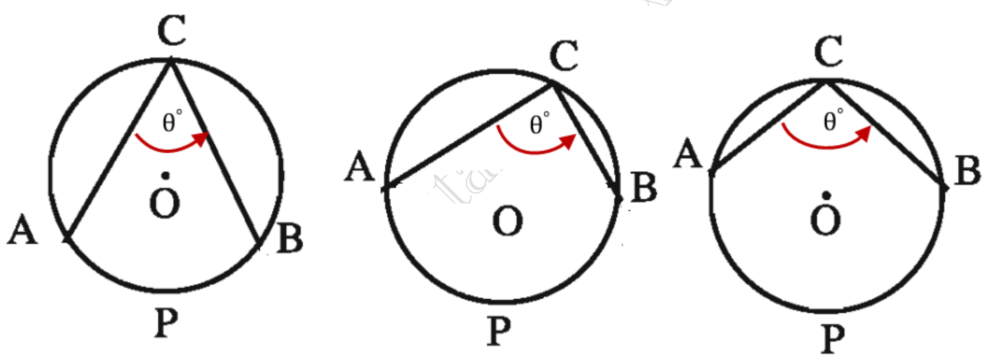
চাপ বা বৃত্তচাপ(Arc): পরিধির যে কোন অংশবিশেষকে চাপ বা বৃত্তচাপ বলে।এখানে $\overset{\frown}{ACB}$ ও $\overset{\frown}{ADB}$ দুটি চাপ।
বৃত্তচাপের বৃহত্তম অংশকে বলা হয় অধিচাপ। এবং বৃত্তচাপের ক্ষুদ্রতম অংশকে বলা হয় উপচাপ।



কেন্দ্রস্থ কোন (Central Angles): বৃত্তের দুইটি ব্যাসার্ধ কতৃক বৃত্তের কেন্দ্রে সৃষ্ট কোনকে কেন্দ্রস্থ কোন বলে।অথবা বৃত্তের পরিধির উপর দুইটি ভিন্ন ভিন্ন বিন্দু থেকে কেন্দ্রের সাথে সংযোজক রেখা দ্বারা যে কোন উৎপন্ন হয়।



পরিধিস্থ বা বৃত্তস্থ কোন) Inscribed Angles(: বৃত্তের দুটি জ্যা এর দুই প্রান্ত পরিধির উপর দুইটি ভিন্ন বিন্দুতে এবং অপ্র প্রান্ত একটি নির্দিষ্ট বিন্দুতে মিলিত হলে পরিধির উপরে যে কোন উৎপন্ন হয়, তাকে পরিধিস্থ বা বৃত্তস্থ কোন বলে।



☆বৃত্তের কোন চাপ দ্বার উৎপন্ন কেন্দ্রস্থ কোন ঐ বৃত্তচাপের সমানুপাতিক।

☆যে কোন দুইটি বৃত্তের স্ব- স্ব পরিধি ও ব্যাসের অনুপাত সমান।

☆যেকোনো দুইটি পরিধির দৈর্ঘ্য ও ব্যসের দৈর্ঘ্যের অনুপাত একই।

☆ অর্ধবৃত্তস্থ কোন এক সমকোন।অর্থাৎ অর্ধেক বৃত্তচাপের উপর অবস্থিত প্রতিটি বৃত্তস্থ কোন এক সমকোন।

☆ কোন বৃত্তের অধিচাপে(বৃত্তচাপের বৃহত্তম অংশ) অন্তলিখিত কোন বা বৃত্তস্থ কোন → সূক্ষকোন হবে ।

☆ কোন বৃত্তের উপচাপে(বৃত্তচাপের ক্ষুদ্রতম অংশ) অন্তলিখিত কোন বা বৃত্তস্থ কোন → স্থূলকোন হবে ।

☆ বৃত্তের একই চাপের উপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ কোনগুলো পরস্পর সমান।

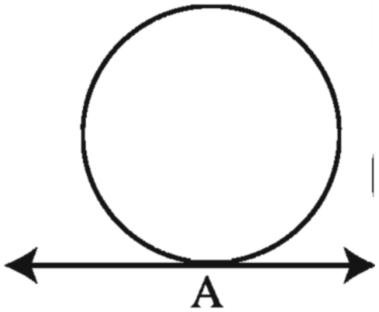
☆ বৃত্তের একই চাপের উপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ কোন কেন্দ্রস্থ কোনের অর্ধেক।

$\therefore$ 1 পরিধিস্থ বা বৃত্তস্থ কোন = $\frac{1}{2}$ × কেন্দ্রস্থ কোন

⇒ কেন্দ্রস্থ কোন = 2 × পরিধিস্থ বা বৃত্তস্থ কোন

স্পর্শক ⇒ Tangent :

কোন সরলরেখার বৃত্তের পরিধির উপর স্পর্শ করে যাওয়ার সময় পরিধির যে বিন্দুতে ছেদ করে , সেই বিন্দু দিয়ে গমনকারী রেখাটিকে ঐ বৃত্তটির একটি স্পর্শক বলা হয়।



☆বৃত্তের কোন বিন্দুতে একটি স্পর্শক আঁকা যায়।

☆ একটি বৃত্ত ও একটি সরলরেখার সর্বাধিক দুটি ছেদবিন্দু থাকতে পারে।

☆ বৃত্তের স্পর্শ বিন্দুতে স্পর্শকের উপর অংকিত লম্ব কেন্দ্রগামী।

☆ বৃত্তের যে কোন বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শক স্পর্শবিন্দুগামী ব্যাসার্ধের উপর লম্ব। অর্থাৎ বৃত্তের কেন্দ্র ও স্পর্শক বিন্দুর সংযোগ রেখা স্পর্শক রেখার উপর লম্ব হয়।

☆ দুইটি বৃত্ত পরস্পর স্পর্শ করলে , তাদের কেন্দ্রদ্বয় ও স্পর্শ বিন্দু সমরেখা হবে।

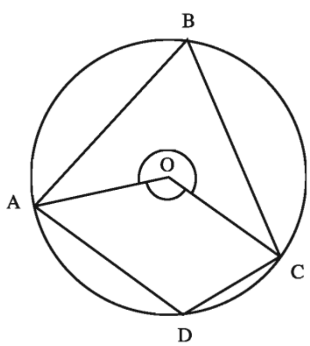
☆ দুইটি বৃত্ত পরস্পরকে বহিঃস্থভাবে স্পর্শ করলে ,তাদের কেন্দ্রদ্বয়ের দূরত্ব বৃত্তদ্বয়ের ব্যাসার্ধের সমষ্টির সমান ।

☆ বৃত্তের বহিঃস্থ কোন বিন্দু থেকে বৃত্তের শুধুমাত্র দুটি স্পর্শক টানা যায়, এবং ঐ বিন্দু থেকে স্পর্শ বিন্দুদ্বয়ের দূরত্ব সমান হয়।

☆ দুইটি বৃত্ত পরস্পরকে অন্তঃস্থভাবে স্পর্শ করলে ,তাদের কেন্দ্রদ্বয়ের দূরত্ব বৃত্তদ্বয়ের ব্যাসার্ধের অন্তরের বা বিয়োগফলের সমান ।

☆দুইটি পরস্পর ছেদী বৃত্তে দুইটি সাধারণ স্পর্শক আঁকা যায়।

বৃত্তে অর্ন্তলিখিত চতুর্ভুজঃ



☆ বৃত্তে অন্তর্লিখিত সামান্তরিক একটি আয়তক্ষেত্র ।

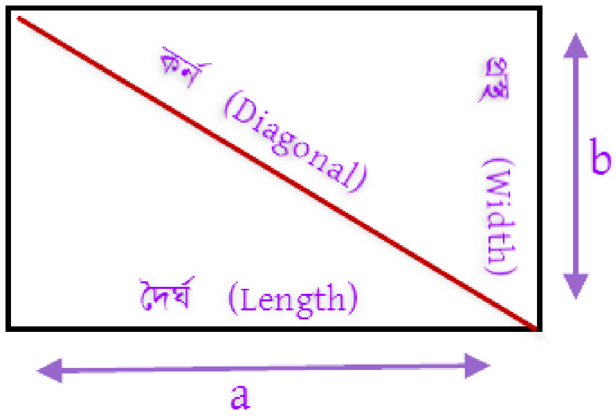
☆ বৃত্তে অন্তর্লিখিত চতুর্ভুজের যে কোন দুইটি বিপরীত কোনের সমষ্টি দুই সমকোণ।

☆বৃত্তস্থ ট্রাপিজিয়ামের তির্যক বাহুদ্বয় পরস্পর সমান ।

পরিমিতি (Mensuration)

চতুর্ভুজ(Quadrilateral):

আয়তক্ষেত্রে ⇒Rectangle :



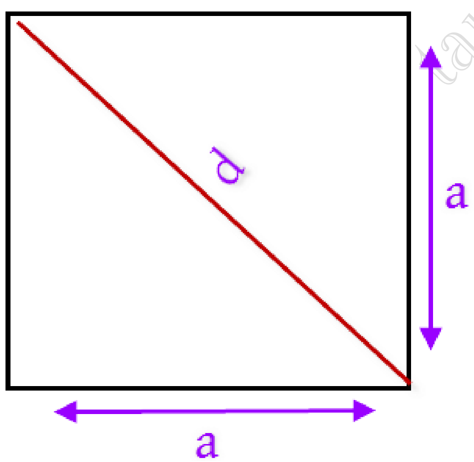
কোন আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ = **a** একক ও প্রস্থ = b একক হলে,

☆ আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রেফল A = দৈর্ঘ × প্রস্থ = a × b বর্গ একক

☆ আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা S = 2 × (দৈর্ঘ + প্রস্থ) = 2(a + b) একক

☆ আয়তক্ষেত্রের কর্ণ d = $\sqrt{a^2+b^2}$ একক

বর্গক্ষেত্র ⇒ Square :



কোন বর্গক্ষেত্রের দৈর্ঘ = প্রস্থ = **a** একক

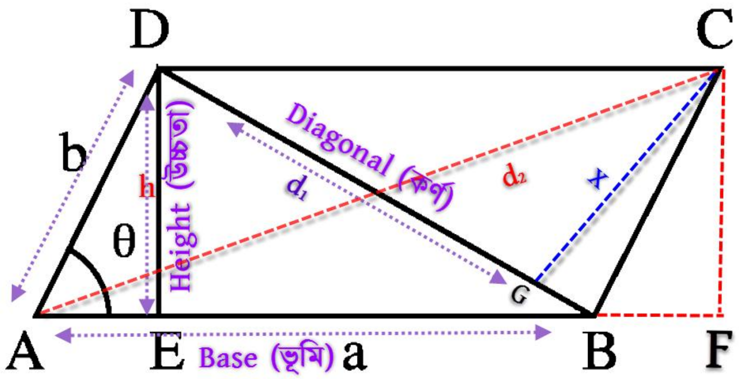
☆ বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রেফল A = দৈর্ঘ × দৈর্ঘ = a × a বর্গ একক = a^2 বর্গ একক

☆ বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রেফল A=$\frac{1}{2}$ × (কর্নের)^2 =$\frac{1}{2}\times d^2$ বর্গ একক [$\because d^2 = 2\,a^2 = 2 \times$ ক্ষেত্রফল(A)]

☆ বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা S = 2(a + a) একক = 4 a একক

☆ বর্গক্ষেত্রের কর্ণ d = $\sqrt{a^2+a^2}$ একক = $\sqrt{2}$ × a একক

সামান্তরিক ⇒ Parallelogram :



☆ সমান্তরিকক্ষেত্রের ভূমি =a ও উচ্চতা h দেওয়া থাকলেঃ

⇒সামান্তরিকক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = ভূমি × উচ্চতা = a × h বর্গ একক

☆ সমান্তরিকক্ষেত্রের দুইটি সন্নিহিত বাহু a , b একক ও তাদের অন্তর্ভুক্ত কোন θ দেওয়া থাকলেঃ

⇒সামান্তরিকক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = a × b × $\sin\theta$ বর্গ একক

☆ সামান্তরিকক্ষেত্রের একটি কর্নের দৈর্ঘ্য d এবং বিপরীত শির্ষবিন্দু থেকে কর্ণের উপর লম্ব দূরত্ব X দেওয়া থাকলেঃ

⇒সামান্তরিকক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল= কর্নের দৈর্ঘ্য(AC) × শির্ষবিন্দু ও কর্ণের লম্ব দূরত্ব(CG) = d× X বর্গ একক

☆ সামান্তরিকক্ষেত্রের কর্নদ্বয় d_1 ও d_2 হলে, এবং উহাদের মধ্যবর্তী কোন θ হলেঃ

⇒সামান্তরিকক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2} \times d_1 \times d_2 \times sin\theta$

☆ সমান্তরিকক্ষেত্রের দুইটি সন্নিহিত বাহু a , b একক ও তাদের যে কোন একটি কর্ণ d দেওয়া থাকলেঃ এই কর্ণ সামান্তরিকক্ষেত্রকে দুইটি সমান ত্রিভুজ ক্ষেত্রে বিভক্ত করে।

⇒সামান্তরিকক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = 2 × ত্রিভুজ ক্ষেত্রফল(যা ভূমি , প্রস্থ ও কর্ণ দ্বারা গঠিত) বর্গ একক

[∵ এখানে এই ত্রিভুজের তিন বাহুর মান দেওয়া আছে , তাই এই সামান্তরিকক্ষেত্রের কর্ন দ্বারা গঠিত ত্রিভুজ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রেফল = $\sqrt{S\,(S-a)(S-b)(S-d)}$ ⇒ S = অর্ধপরিসীমা= ½ × ত্রিভুজের পরিসীমা]

☆ সামান্তরিকক্ষেত্রের পরিসীমা = 2 × (দৈর্ঘ + প্রস্থ) একক

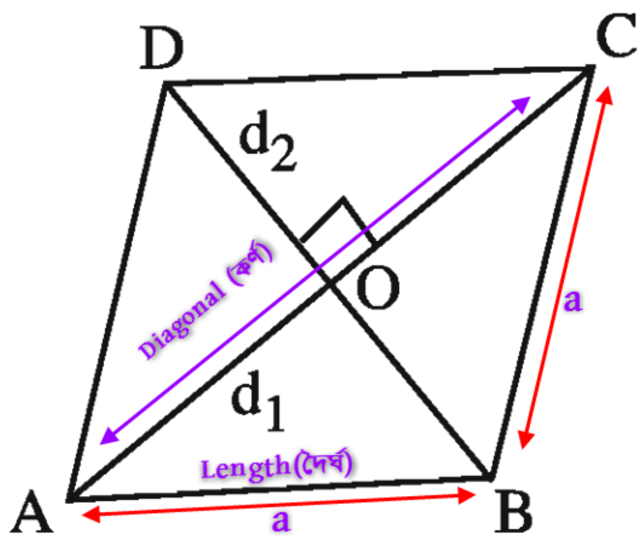
☆ সামান্তরিকক্ষেত্রের একটি কর্ণ BD = d_1 দেওয়া থাকলেঃ

⇒সামান্তরিকক্ষেত্রের অপর কর্ণ AC(d_2) = $\sqrt{AF^2 + CF^2}$ = $\sqrt{(AB + BF)^2 + DE^2}$ [∵ উচ্চতা CF =DE]

[**DE এর মানঃ** ⇒ ½ × AB × <u>DE</u> = ত্রিভুজ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রেফল $\sqrt{S\,(S-a)(S-b)(S-d_1)}$]

[BF এর মানঃ ⇒ BF = $\sqrt{BC^2 - CF \text{ বা } DE^2}$]

রম্বস ⇒ Rhombus:

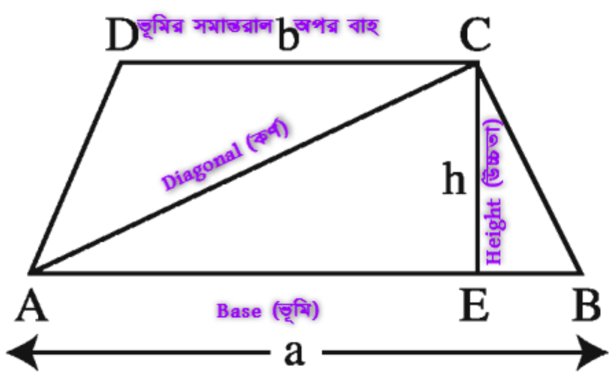


কোন রম্বসের দৈর্ঘ = প্রস্থ = **a** একক এবং একটি কর্ণ AC= d_1 ও অপর কর্ণ BD= d_2 হলেঃ

☆ রম্বসের ক্ষেত্রেফল A = $(\frac{1}{2}$ × কর্ণদ্বয়ের গুণফল) বর্গ একক = $\frac{d_1 \times d_2}{2}$ বর্গ একক

☆ বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা S = 4 × বাহুর দৈর্ঘ্য

ট্রাপিজিয়াম(Trapezium):



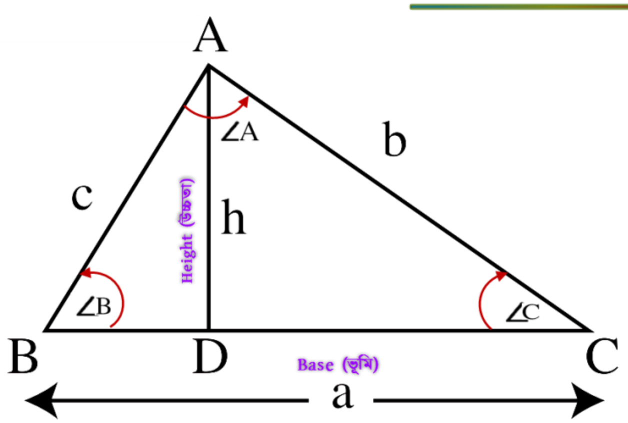
☆ট্রাপিজিয়ামক্ষেত্রের সমান্তরাল দুটি বাহু AB =a ও DC = b এবং তাদের মধ্যবর্তী লম্ব দূরত্ব বা উচ্চতা CE = h দেওয়া থাকলেঃ

⇒ ট্রাপিজিয়ামক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}$ × সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের যোগফল × বাহুদ্বয়ের মধ্যবর্তী লম্ব দূরত্ব বা উচ্চতা

∴ ট্রাপিজিয়ামক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2} \times (AB + CD) \times CE = \frac{1}{2} \times (a + b) \times h$ বর্গ একক

☆ ট্রাপিজিয়ামক্ষেত্রের পরিসীমা = ট্রাপিজিয়ামের চার বাহুর যোগফল

ত্রিভুজ(Triangle):



☆ত্রিভুজের ভূমি BC= a ও উচ্চতা AD = h দেওয়া থাকলেঃ

⇛ ত্রিভূজক্ষত্রের ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2}$ × ভূমি(BC) × উচ্চতা(AD) = $\frac{1}{2} \times a \times h$ বর্গ একক

☆ ত্রিভুজে একটি কোন এক সমকোণ হলে, ত্রিভুজের সমকোণ সংলগ্ন বাহুর দুটির একটিকে ভূমি ও অপরটিকে লম্ব বা উচ্চতা ধরা হলেঃ

⇛ সমকোণী ত্রিভূজক্ষত্রের ক্ষেত্রফল =$\frac{1}{2}$ × সমকোণ সংলগ্ন বাহুদ্বয়ের গুণফল = $\frac{1}{2}$ × ভূমি(a) × লম্ব(b)

☆ ত্রিভুজের যে কোন দুটি বাহু ও তাদের অন্তর্ভুক্ত কোন দেওয়া থাকলেঃ

⇛ ত্রিভূজক্ষত্রের ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2}$ a b sin $\angle c$ = $\frac{1}{2}$ b c sin $\angle A$ = $\frac{1}{2}$ c a sin $\angle B$

☆ বিষমবাহু ত্রিভুজ ΔABC এর তিনটি বাহু BC=a , AB =c ও AC=b দেওয়া থাকলেঃ

ত্রিভুজের পরিসীমা(2S) = তিন বাহুর দৈর্ঘ্যের যোগফল = a+b+c

∴ ত্রিভুজের অর্ধপরিসীমা $S = \frac{\text{পরিসীমা}}{2} = \frac{a+b+c}{2}$

⇛ ত্রিভুজ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রেফল = $\sqrt{S\,(S-a)(S-b)(S-c)}$

☆ দুটি বাহু / বাহু সংলগ্ন কোনগুলো / দুটি মধ্যমা ⇛ সমান হলে ত্রিভুটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ।

এই সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের অসমান বাহু = b ও সমান সমান দুটি বাহু উভয়ই = a হলেঃ

⇛ সমদ্বিবাহু ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = $\frac{b}{4} \times \sqrt{(4a^2 - b^2)}$

☆ তিনটি বাহু / তিনটি কোন(প্রত্যেকটি কোন= 60°) / মাধ্যমাত্রয় ⇛ পরস্পর সমান হলে ত্রিভুজটি সমবাহু ত্রিভুজ।

এই সমবাহু ত্রিভুজের প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য = a হলেঃ

⇛ সমবাহু ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = $\frac{\sqrt{3}}{4} \times a^2$ বর্গ একক

⇛সমবাহু ত্রিভুজের পরিসীমাঃ = 3 × a

⇒সমবাহু ত্রিভুজের উচ্চতা বা মধ্যমার দৈর্ঘ্য = $\frac{\sqrt{3}}{2}\times$ বাহুর দৈর্ঘ্য = $\frac{\sqrt{3}}{2}\times a$ [বাহুর দৈর্ঘ্য = a]

☆ ত্রিভুজ ΔABC এর তিনটি মধ্যমা বা মধ্যমাত্রয় l , m ও n দেওয়া থাকলেঃ $\therefore S = \frac{l+m+n}{2}$

⇒ ত্রিভুজ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রেফল = $\frac{4}{3}\times\sqrt{S\,(S-l)(S-m)(S-n)}$

☆ অন্তবৃত্তে অবস্থিত ত্রিভুজ ΔABC এর তিনটি বাহু a , b ও c হলে ;এবং অন্তবৃত্তের বৃত্তের ব্যাসার্ধ =R হলেঃ

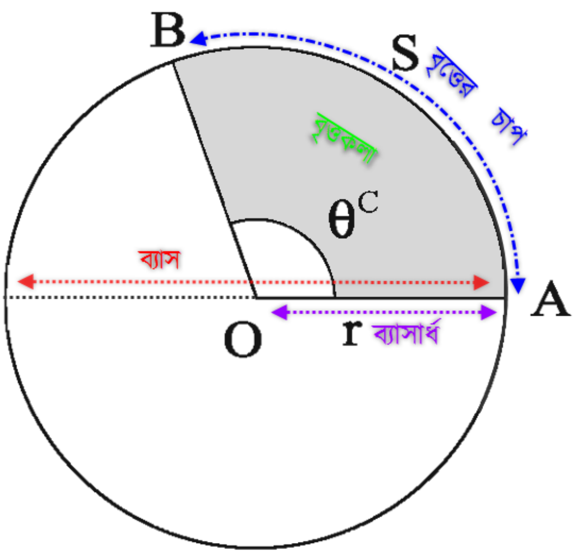
⇒ ত্রিভুজ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রেফল A = $\frac{1}{2}\times(a+b+c)\times R$

☆ পরিবৃত্তে অবস্থিত ত্রিভুজ ΔABC এর তিনটি বাহু a , b ও c হলে ;এবং পরিবৃত্তের বৃত্তের ব্যাসার্ধ =R হলেঃ

⇒ ত্রিভুজ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রেফল A $=\frac{a\,b\,c}{4\,R}$

বৃত্ত (Circle):

কোন সমতলে একটি বিন্দুকে কেন্দ্র করে সমান দুরত্ব বজায় রেখে অপর একটি বিন্দু তার চারদিকে একবার ঘুরে এলে যে অবদ্ধ গোলীয় রেখা সৃষ্টি হয় তাকে বৃত্ত বলে ।



☆ বৃত্তের পরিধি ও ব্যাসের অনুপাত সর্বদা একই অর্থাৎ একটি ধ্রুব সংখ্যা , যাকে π দ্বারা চিহ্নিত করা হয়। π একটি অমূলদ সংখ্যা। এর মান $\pi = \frac{22}{7} = 3.1416$(প্রায়)।

আবার π^{c} রেড়িয়ান $= 180°$ ডিগ্রী।

$1° = \frac{\pi}{180}$ রেড়িয়ান

☆ বৃত্তের পূর্ন বক্ররেখার দৈর্ঘ্যকে পরিধি বলে।

☆পরিধির যে কোন অংশকে বৃত্তের চাপ (S) বলে।

☆বৃত্তের পরিধির যে কোন দুই বিন্দু ও কেন্দ্রের সংযোজক সরল রেখাকে ব্যাস(d) বলে।

☆বৃত্তের কেন্দ্র থেকে পরিধি পর্যন্ত দূরত্বকে বৃত্তের ব্যাসার্ধ (r) বলে।

⇒ বৃত্তের ব্যাস = 2 × ব্যাসার্ধ = 2r ∴ $\pi = \frac{\text{পরিধি}}{\text{ব্যাস}}$

⇒ বৃত্তের পরিধি = π × ব্যাস = π × 2 r = 2 π r

☆ r ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট কোন বৃত্তের কোন চাপ S যদি বৃত্তের কেন্দ্রে θ° কোন উৎপন্ন করেঃ

⇒ বৃত্তের 360° কোন জন্য চাপের দৈর্ঘ্য = 2 π r একক

„ θ° „ „ „ „ $= \frac{\theta^\circ \times 2\pi r}{360} = \frac{\theta^\circ \pi r}{180}$ একক

∴ θ° কোনের জন্য চাপের দৈর্ঘ্য $S = \frac{\theta^\circ}{180} \times \pi r$ একক

☆ r ব্যাসার্ধের কোন বৃত্তে S দৈর্ঘ্যের কোন চাপ কেন্দ্রে θ রেডিয়ান কোন ধারন করলে,

$S = r \times \theta$ [∵ $1^\circ = \frac{\pi}{180}$ রেড়িয়ান বা π এর রেড়িয়ান মান 180°]

☆ কোন বৃত্তের ব্যসার্ধ = r একক ,হলেঃ তা দ্বারা সীমাবদ্ধ বৃত্তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= \pi r^2$ বর্গ একক

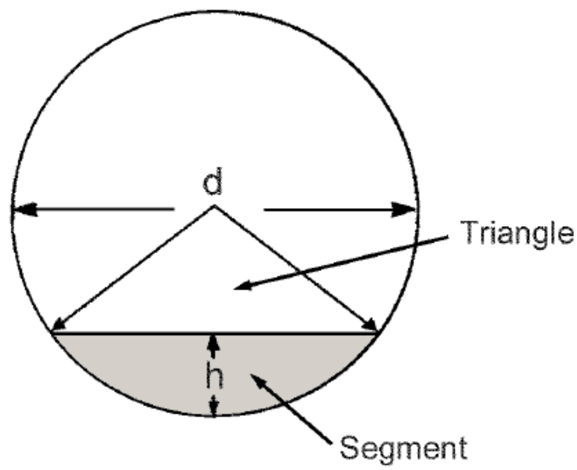
☆r ব্যাসার্ধের কোন বৃত্তে S দৈর্ঘ্যের কোন চাপ কেন্দ্রে θ° কোন ধারন করলে,

∴ θ° কোন দ্বারা উৎপন্ন বৃত্তকলার ক্ষেত্রফল $= \frac{\theta^\circ}{360^\circ} \times \pi r^2$ বর্গ একক

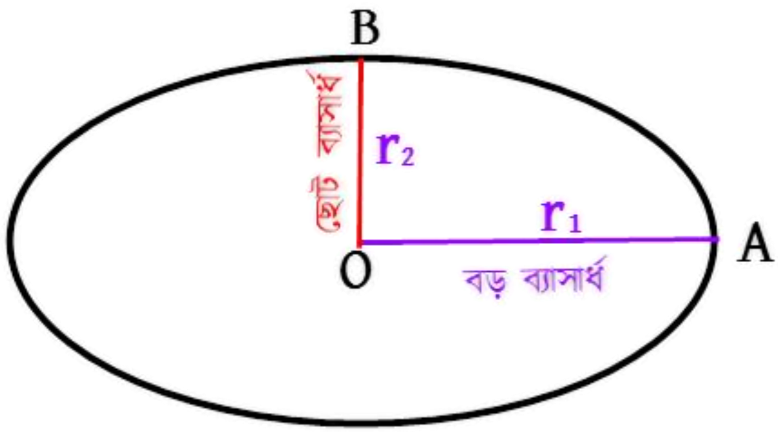
Area of a Segment of a Circle

A = area of sector – area of triangle

Also approximate area $= \frac{4}{3} h^2 \sqrt{\frac{d}{h} - 0.608}$



উপবৃত্ত (Ellipse):



কোন উপবৃত্তের বড় ব্যাসার্ধ OA= r_1 ও ছোট ব্যাসার্ধ OB = r_2 হলে ,

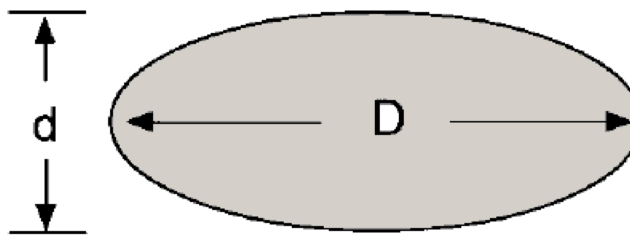
উপবৃত্তের ক্ষেত্রফল = π $\times$ বড় ব্যাসার্ধ $\times$ ছোট ব্যাসার্ধ = $\pi \times r_1 \times r_2$ বর্গ ক্ষেত্র

উপবৃত্তের পরিসীমা = $2\pi \times \sqrt{\frac{r_1^2 + r_2^2}{2}}$ একক

Ellipse

$$A = \frac{\pi}{4} Dd$$

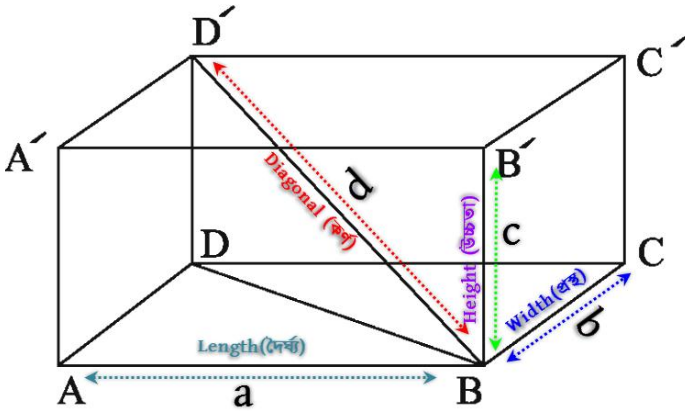
$$\text{Approx. circumference} = \pi \frac{(D+d)}{2}$$



ঘন জ্যামিতি(Solid Geometry)

আয়তিক বা আয়তকার ঘনবস্তু)Rectangular Paralleloepiped(:

এখানে দৈর্ঘ্য =a , প্রস্থ =b ও উচ্চতা = c। এবং কর্ন দৈর্ঘ্য =d হলেঃ



☆আয়তাকার ঘনবস্তুর সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল(Area of the Whole Surface)= ছয়টি পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফলের সমষ্টি

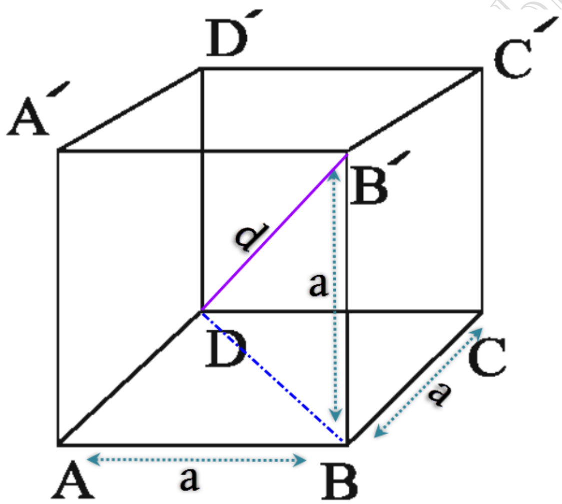
$\Rightarrow$ সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল = 2 (ab +bc +ca) বর্গ একক

☆ আয়তাকার ঘনবস্তুর আয়তন (Volume) = দৈর্ঘ্য × প্রস্থ × উচ্চতা = a b c ঘন একক

☆ আয়তাকার ঘনবস্তুটির কর্ন, d = $\sqrt{a^2+b^2+c^2}$ একক

ঘনক (Cube):

দৈর্ঘ্য = প্রস্থ = উচ্চতা = a ও কর্ন =d হলেঃ



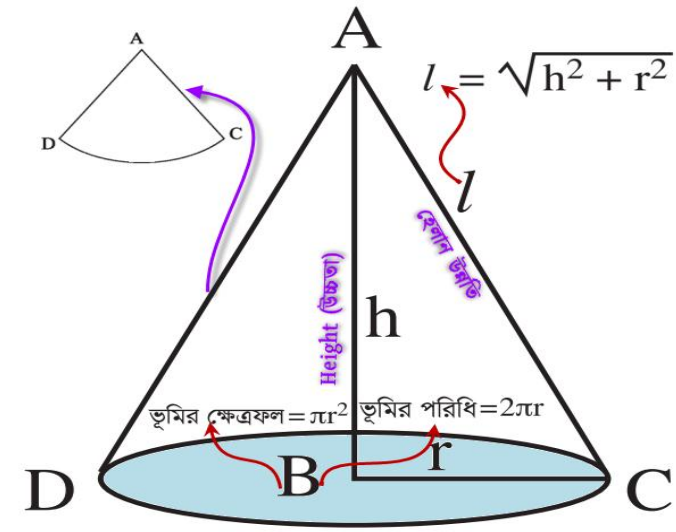
☆ ঘনকের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল(Area of the Whole Surface)= ছয়টি পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফলের সমষ্টি

$\Rightarrow$ সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল = $6 \times a^2$ বর্গ একক

☆ ঘনকের আয়তন(Volume) = দৈর্ঘ্য^3 = a^3 ঘন একক

☆ ঘনকের কর্ন, d = $\sqrt{3} \times a$ একক

কোনক (Cone):



সমবৃত্তভূমিক (Right Circular) কোন কোণকের ভূমির ব্যাসার্ধ BC = r একক , উচ্চতা AB= h একক এবং তির্যক উচ্চতা বা হেলান উন্নতি AC = l একক ।

$\therefore$ l $=\sqrt{h^2+r^2}$ [$\because \Delta$ ABC এ $l^2 = h^2 + r^2$]

☆ কোণকের বক্রতলের ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2}$ × ভূমির পরিধি(2πr) × হেলান উন্নতি(l)

⇛ কোণকের বক্রতলের ক্ষেত্রফল = πrl বর্গ একক = $\pi r\sqrt{h^2+r^2}$ বর্গ একক

☆ কোণকের সমগ্র তলের (Whole Surface) ক্ষেত্রফল = বক্রতলের ক্ষেত্রফল(πrl) + ভূমির ক্ষেত্রফল (πr^2)

⇛ কোণকের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল = π r (l +r) বর্গ একক

☆ কোণকের আয়তন(Volume): =$\frac{1}{3}$ × ভূমির ক্ষেত্রফল (πr^2) × উচ্চতা (h)

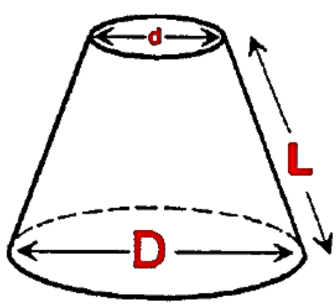
⇛ কোণকের আয়তন $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$ ঘন একক

Area of curved surface of frustum

$$A_F = \frac{\pi(D+d)L}{2}$$

Volume of cone:

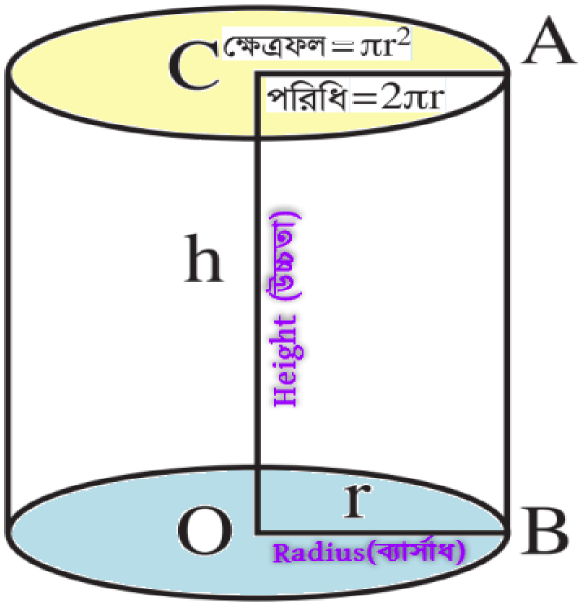
$$V = \frac{\text{base area} \times \text{perpendicular height}}{3}$$



Volume of frustum:

$$V_F = \frac{\text{perpendicular height} \times \pi\,(R^2 + r^2 + Rr)}{3}$$

সিলিন্ডার বা বেলন(Cylinder):



সমবৃত্তভূমিক(Right Circular) সিলিন্ডারের ভূমির ব্যাসার্ধ OB = r একক এবং উচ্চতা OC = h একক

☆ বেলনের বক্রপৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল = ভূমির পরিধি ($2\pi r$) × উচ্চতা (h)

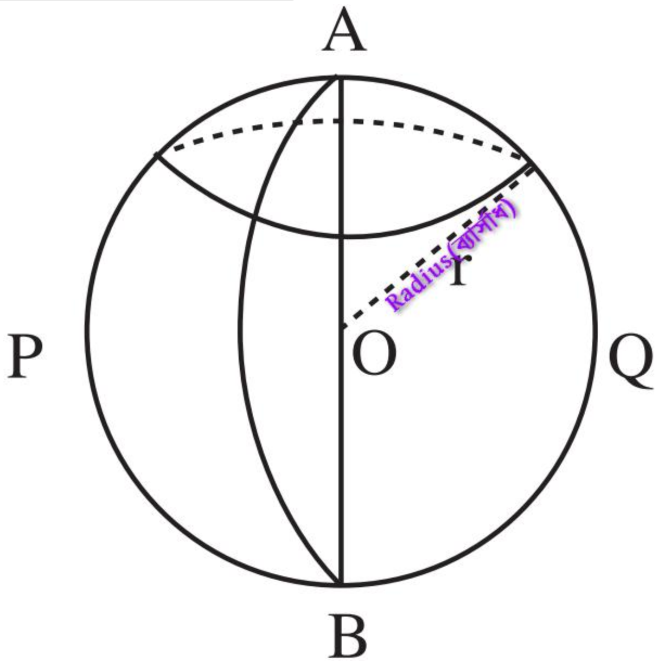
$\Rightarrow$ বেলনের বক্রপৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল = $2\pi rh$ বর্গ একক

☆বেলনের সমগ্রপৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল = বক্রপৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল ($2\pi rh$) + দুই প্রান্তের বৃত্তের ক্ষেত্রফল ($2\times\pi r^2$)

$\Rightarrow$ বেলনের সমগ্রপৃষ্ঠের (Whole Surface) ক্ষেত্রফল = $2\pi r(h+r)$ বর্গ একক

☆ বেলনের আয়তন = ভূমির ক্ষেত্রফল (πr^2) × উচ্চতা(h) = $\pi r^2 h$ ঘন একক

গোলক(Sphere):

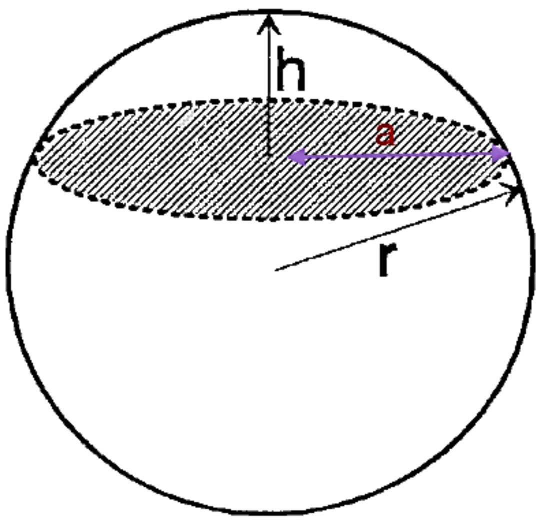


কোন গোলকের ব্যাসার্ধ = r একক

☆ গোলকের পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল = $\pi \times$ ব্যাস$(2r)^2 = 4\pi r^2$ বর্গ একক

☆ গোলকের আয়তন = $\frac{4}{3}\pi r^3$ ঘন একক

Total surface area $A = 4\pi r^2$



Surface area of segment $A_s = \pi dh$

Volume $V = \frac{4}{3}\pi r^3$

Volume of segment

$$V_s = \frac{\pi h^2}{3}(3r - h)$$

$$V_s = \frac{\pi h}{6}(h^2 + 3a^2)$$

where a = radius of segment base

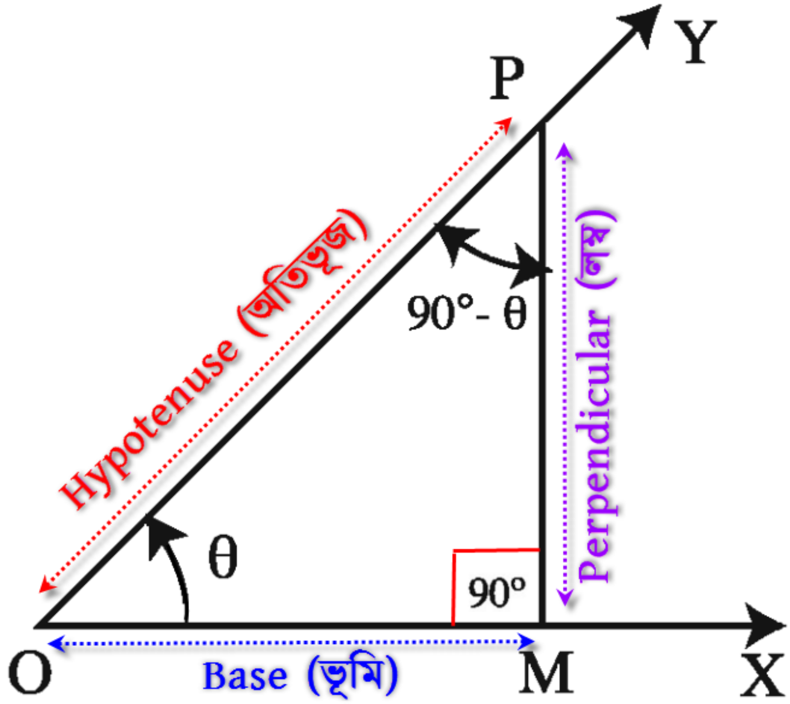
ত্রিকোণমিতি (Trigonometry)

✡ সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণ ভিন্ন অন্য দুইটি কোণ হবে সূক্ষকোন । এই কোণ দুইটির সমষ্টি এক সমকোণ [$\angle MOP (\theta) + \angle OPM (90-\theta) = 90^0 \angle PMO$] । এই কোণ দ্বয় পরস্পরের পূরক কোণ।

✡ সমকোণী ত্রিভুজের সূক্ষকোন দ্বয়ের মধ্যে যে কোনের মান দেওয়া থাকবে তার বিপরীত বাহুকে লম্ব ধরে হিসাব করতে হবে।

✡ সমকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রেঃ $(\text{আতিভূজ})^2 = (\text{লম্ব})^2 + (\text{ভূমি})^2$

✡ কোন ত্রিভুজের বাহুগুলোর অনুপাত (3:4:5), (5:12:13), (7:24:25) ও (8:15:17) হলে ত্রিভুজটি একটি সমকোণী ত্রিভুজ হবে। কারন($5^2 = 4^2 + 3^2$) উভয় পক্ষের মান সমান হয়।



$\angle\theta$ সূক্ষকোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাতঃ

✡ $\sin\theta = \frac{\text{লম্ব}}{\text{অতিভূজ}}$ [সা ল অতি] $\Rightarrow$ ✡ $\text{Cosec}\,\theta = \frac{\text{অতিভূজ}}{\text{লম্ব}}$

✡ $\cos\theta = \frac{\text{ভূমি}}{\text{অতিভূজ}}$ [ক ভূ অতি] $\Rightarrow$ ✡ $\sec\theta = \frac{\text{অতিভূজ}}{\text{ভূমি}}$

✡ $\tan\theta = \frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}}$ [টে ল ভূ] $\Rightarrow$ ✡ $\text{Cot}\,\theta = \frac{\text{ভূমি}}{\text{লম্ব}}$

ত্রিকোণমিতিক অনুপাত গুলোর সম্পর্কঃ

✡ $\sin\theta = \frac{1}{cosec\,\theta}$ ⇛ ✡ $\text{Cosec}\,\theta = \frac{1}{\sin\theta}$

✡ $cos\,\theta = \frac{1}{sec\theta}$ ⇛ ✡ $\sec\theta = \frac{1}{\text{cox}\,\theta}$

✡ $tan\,\theta = \frac{1}{\cot\theta}$ ⇛ ✡ $\text{Cot}\,\theta = \frac{1}{\tan\theta}$

✡ $\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$ ⇛ ✡ $\cot\theta = \frac{\cos\theta}{\sin\theta}$

ত্রিকোণমিতিক সূত্রসমূহঃ

✡ $(\sin\theta)^n \leftrightarrow \sin^n\theta$

✡ $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$

⇛ $\sin^2\theta = 1 - \cos^2\theta$

⇛ $\cos^2\theta = 1 - \sin^2\theta$

✡ $\sec^2\theta - tan^2\,\theta = 1$

⇛ $\sec^2\theta = 1 + tan^2\,\theta$

⇛ $tan^2\,\theta = \sec^2\theta - 1$

✡ $\text{cosec}^2\,\theta - cot^2\,\theta = 1$

⇛ $\text{cosec}^2\,\theta = 1 + cot^2\,\theta$

⇛ $cot^2\,\theta = 1 - \text{cosec}^2\,\theta$

ত্রিকোণমিতিক অনুপাতের মান সমূহঃ

কোণ $\angle\theta$	0^0	30^0	45^0	60^0	90^0
sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0
$\tan(\frac{sin}{cos})$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	∞
$\cot(\frac{1}{\tan\theta})$	∞	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0
$\sec(\frac{1}{\cos\theta})$	1	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{2}$	2	∞
Cosec $(\frac{1}{\sin\theta})$	∞	2	$\sqrt{2}$	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	1

মনে রাখার জন্যঃ

0, 1, 2, 3, 4, সংখ্যা গুলোর প্রত্যেককে 4 দ্বারা ভাগ করে ভাগফলগুলো বর্গমূল করলে **0^0, 30^0, 45^0, 60^0, 90^0** কোনগুলোর $\sin\theta$ এর অনুপাতের মান পাওয়া যায়। অর্থাৎ $\sin 0^0$, $\sin 30^0$ $\sin 45^0$, $\sin 60^0$, $\sin 90^0$ অনুপাত গুলোর মান যথাক্রমে $\frac{0}{4},\frac{1}{4},\frac{2}{4},\frac{3}{4},\frac{4}{4}$ সংখ্যা গুলোর বর্গমূল $0, \frac{1}{2}, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{\sqrt{3}}{2}, 1$ ।

আবার sin এর অনুপাতগুলোর মান উল্টাক্রমে সাজিয়ে লিখলে cos এর অনুপাতগুলোর মান পাওয়া যায়। sin অনুপাত মান গুলোকে ও cos এর অনুপাত মান দ্বারা ভাগ করলে tan এর অনুপাত মান পাওয়া যায়।

ত্রিকোণমিতিক অনুপাতিক মানের সীমাঃ

✡ $-1 \leq \sin\theta \leq +1$

✡ $-1 \leq \cos\theta \leq +1$

✡ seeθ ও cosecθ এর মান ≥ 1 অথবা $\leq$ -1

✡ tanθ ও cotθ এর মানের কোন সীমা নির্ধারন করা যায় না ।

$\frac{\pi}{2}$ বা 90^0 কোনের চেয়ে বড় কোনের অনুপাতের মানঃ

$\Rightarrow$ sin / cos / tan {n × (90^0 বা $\frac{\pi}{2}$)± θ} কোনের অনুপাতের মানঃ

{n × (90^0 বা $\frac{\pi}{2}$)± θ} কোনের ত্রিকোণমিতিক অনুপাতঃ

✡ প্রদত্ত কোণকে এরূপ দুইটি অংশে ভাগ করতে হবে যার একটি অংশ সূক্ষকোন ($\theta<90^0$), এবং অপর অংশ 90^0 বা $\frac{\pi}{2}$ বা এক সমকোণের n গুণিতক ।ধরি প্রদত্ত কোণকে ($n \times 90^0 \pm \theta$) আকারে প্রকাশ করা হল।

✡[n **(জোড় সংখ্যা)** $\times 90^0 \pm \theta$] অর্থাৎ n এর মান জোড় সংখ্যা হলেঃ ত্রিকোণমিতিক অনুপাত গুলোর পরিবর্তন হবে না ।

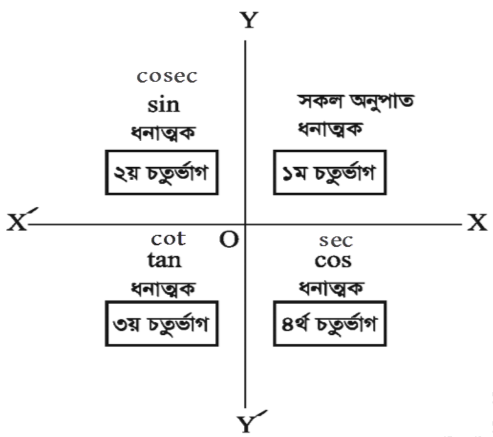
✡ [n **(বিজোড় সংখ্যা)** $\times 90^0 \pm \theta$] অর্থাৎ n এর মান বিজোড় সংখ্যা হলেঃ ত্রিকোণমিতিক অনুপাত গুলোর পরিবর্তন হবে । যেমনঃ

$\Rightarrow$ Sin থাকলে তা পরিবর্তিত হয়ে cos হবে , আবার $\Rightarrow$ cos থাকলে sin হবে

$\Rightarrow$ tan থাকলে তা পরিবর্তিত হয়ে cot হবে , আবার $\Rightarrow$ cot থাকলে tan হবে

$\Rightarrow$ sec থাকলে তা পরিবর্তিত হয়ে cosec হবে , আবার $\Rightarrow$ cosec থাকলে sec হবে

✡ পরিবর্তিত অনুপাতের চিহ্ন নির্ণয়ঃ



প্রথমে n এর এক এককের জন্য একটি চতুর্ভাগ হিসাব করে , এন্টি ক্লক বা ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে গননা করে যেতে হবে। এভাবে n এর মান অনুসারে চতুর্ভাগ হিসাব করার পর , ± θ এর মান হিসাব করতে হবে। যদি +θ থাকে তাহলে n এর প্রাপ্ত চতুর্ভাগের পরবর্তী চতুর্ভাগ হিসাব করতে হবে। যদি - θ থাকে তাহলে n এর প্রাপ্ত চতুর্ভাগই হিসাব করতে হবে। এখন n এর গণনা থেকে প্রাপ্ত চতুর্ভাগ যদি ,

প্রথম চতুর্ভাগ হয় $\Rightarrow$ তাহলে সকল অনুপাতের মান ধনাত্মক হবে।

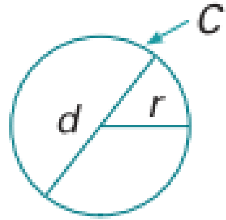
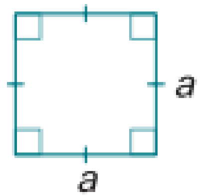
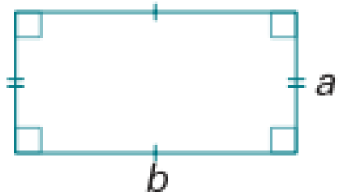
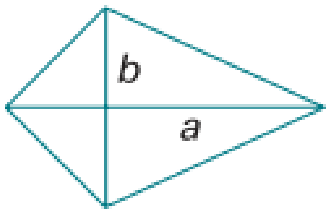
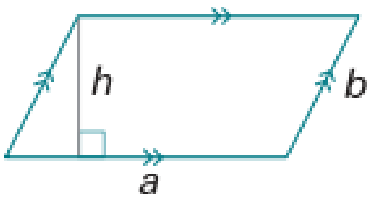
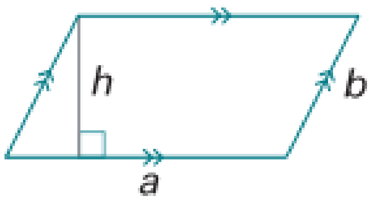
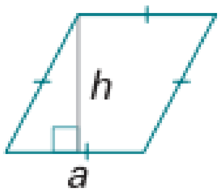
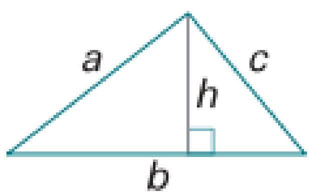
দ্বিতীয় চতুর্ভাগ হয় $\Rightarrow$ তাহলে sin ও cosec অনুপাতের মান ধনাত্মক হবে। বাকি সব অনুপাতের মান ঋনাত্মক।

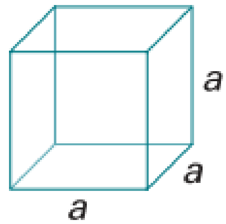
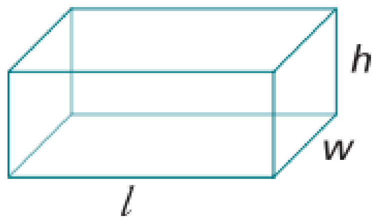
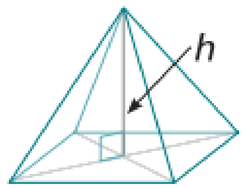
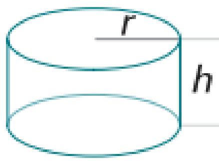
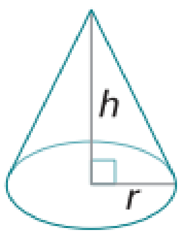
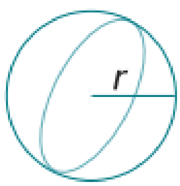
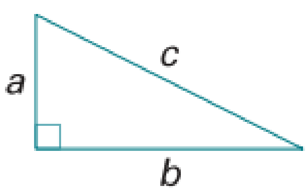
তৃতীয় চতুর্ভাগ হয় $\Rightarrow$ তাহলে tan ও cot অনুপাতের মান ধনাত্মক হবে। বাকি সব অনুপাতের মান ঋনাত্মক।

দ্বিতীয় চতুর্ভাগ হয় $\Rightarrow$ তাহলে cos ও sec অনুপাতের মান ধনাত্মক হবে। বাকি সব অনুপাতের মান ঋনাত্মক।

✡ এখন প্রাপ্ত কোনের মান যদি ঋনাত্মক হয় তাহলে নিচের নিয়ম আনুসারে পরিবর্তিত হবেঃ

$Sin(-\theta) = -\sin\theta$	$cos(-\theta) = \cos\theta$	$tan(-\theta) = -\tan\theta$
$cosec(-\theta) = -\operatorname{cosec}\theta$	$Sec(-\theta) = \sec\theta$	$cot(-\theta) = -\cot\theta$

Plane shapes	Diagram	Area	Perimeter
circle		$A = \pi r^2$	$C = 2\pi r = \pi d$
square		$A = a^2$	$P = 4a$
rectangle		$A = ab$	$P = 2\ (a + b)$
kite		$A = \dfrac{ab}{2}$	
trapezium		$A = \dfrac{a + b}{2} \times h$	$P = a + b + c + d$
parallelogram		$A = ah$	$P = 2\ (a + b)$
rhombus		$A = ah$	$P = 4a$
triangle		$A = \dfrac{1}{2}\ bh$	$P = a + b + c$

Solids	Diagram	Volume	Surface area
cube		$V = a^3$	$S = 6a^2$
cuboid		$V = lwh$	$S = 2(lw + hl + hw)$
pyramid		$V = \frac{1}{3}$ base ×	S = area of base + 4 × Area of $\triangle$
cylinder		$V = \pi r^2 h$	$S = 2 \times \pi r^2 + 2\pi rh$ $= 2\pi r\,(r + h)$
cone		$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$	
sphere		$V = \frac{4}{3}\pi r^3$	$S = 4\pi r^2$
Pythagoras' theorem		$c^2 = a^2 + b^2$ $a = \sqrt{c^2 + b^2}$ $b = \sqrt{c^2 - b^2}$ $c = \sqrt{c^2 + b^2}$	

MAHBUB OR RASHID